

2.
ERWEITERTE
AUFLAGE

Auf dem Weg zum denkenden Rechnen

Anregungen für die Diagnose und
Förderung von Schülerinnen und Schülern
mit Rechenschwierigkeiten



wir freuen uns, dass die Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“ seit ihrer Veröffentlichung 2014 so stark nachgefragt ist, dass nun eine zweite Auflage herausgegeben wird. Frau Tretter, eine der Autorinnen, hat die Kartei dafür inhaltlich überarbeitet und erweitert. Dabei sind ihre eigenen Erfahrungen aus der Praxis des Förderunterrichts eingeflossen, aber auch die vielen Anregungen und Rückmeldungen von den Kolleginnen und Kollegen aus den Berliner Schulen und aus den Fortbildungen zu diesem Thema. Die Rückmeldungen der Lehrkräfte zeigen zu unserer Freude, dass sich die Kartei in der Unterrichtspraxis bewährt hat und die Diagnose und die sich daran anschließende Förderung praxisnah unterstützt.

Die Idee, Diagnose- und Fördermaterial in Form einer Kartei zusammenzustellen, entstand im Anschluss an Fortbildungen zu diesem Thema, die Frau Tretter anbot, und der Fortbildungsinitiative „Prävention von Rechenstörung“, die das Land Berlin im Schuljahr 2009/2010 durchführte. Im Schuljahr 2014/15 wurde die erste Auflage der Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“ veröffentlicht und den Berliner Grundschulen zur Verfügung gestellt. In Kooperation mit der regionalen Fortbildung wurden in jedem Schuljahr mehrere Fortbildungen durchgeführt, deren Schwerpunkt die Arbeit mit der Kartei war. Die Rückmeldungen machten deutlich, dass nicht nur fachfremd unterrichtende Kolleginnen und Kollegen von den praxisnahen Impulsen und Hilfen für die Diagnose und Fördermöglichkeiten profitieren.

Die Voraussetzungen, mit denen die Lernanfänger an die Grundschule kommen, sind sehr unterschiedlich und nicht allen fällt der Erwerb mathematischer Kompetenzen leicht. Damit daraus keine dauerhaften Schwierigkeiten beim Rechnen werden, ist ein gut strukturierter und strategiegestützter Anfangsunterricht für alle Lernenden die beste Prävention. Dabei ist es die Aufgabe der Lehrkräfte, ein Augenmerk auf Schülerinnen und Schülern zu haben, bei denen sich – trotz kompetenten Anfangsunterrichts – Hinweise auf besondere Rechenschwierigkeiten ergeben, um diesen so frühzeitig wie möglich durch eine individuelle Förderung entgegenzuwirken.

Die Qualität der anschließenden individuellen Förderung des Kindes entscheidet über den weiteren mathematischen Lernerfolg. Experten sind sich einig, dass es nicht hilft, den aktuellen Lernstoff zu vertiefen oder zu üben. Wichtig ist vielmehr eine genaue Untersuchung, welche Strategien ein Kind beim Rechnen bereits nutzt, welche es nicht sachgemäß anwendet und welche es noch nicht kennt. Nur so gelingt es, sie für das mathematische Weiterlernen wieder anschlussfähig zu machen.

Die vorliegende Kartei beinhaltet Test- und Arbeitskarten, die sich aufeinander beziehen. In den Testkarten geht es darum herauszufinden, an welcher Stelle die Förderung ansetzen muss. Die entsprechenden Arbeitskarten beinhalten darauf bezogenes Hintergrundwissen, Tipps zur Beobachtung und geben praxiserprobte Beispiele und Hinweise für passgenaue Förderangebote. Sie liefern damit wertvolle Hinweise für die individuelle Förderung und die Begleitung des mathematischen Lernprozesses.

Parallel zur Neuauflage der Kartei werden auch weiterhin Fortbildungen angeboten, in denen Vermeidung von Rechenstörungen und die Arbeit mit der Kartei im Mittelpunkt stehen. Sie finden diese im regionalen Fortbildungsverzeichnis und auf der Homepage der iMINT Akademie unter:

→ www.imint.de

Wir hoffen, dass wir mit dieser Kartei Ihre Arbeit unterstützen und dazu beitragen, die Qualität des Förderunterrichts zu steigern. Alle Kinder sollen richtig rechnen lernen – niemand soll zählender Rechner bleiben. Allen Beteiligten wünschen wir viel Erfolg, Geduld und Spaß am erfolgreichen Mathematik-Betreiben.

Anita Pfeng, Ralf Punkenburg

Senatsverwaltung für Bildung, Fachaufsicht Mathematik

Grit Spremberg

Senatsverwaltung für Bildung, iMINT-Akademie

Inhaltsverzeichnis

- 4 Was ist neu?
- 5 Grundgedanken zum Aufbau der Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“
- 6 Was ist beim Einsatz des förderdiagnostischen Tests zu beachten?
- 7 Was ist beim Einsatz der Arbeitskarten zu beachten?
- 8 Literaturliste
- 9 Impressum

Testaufgaben

- 1 Wie viele?
- 2 Vorwärts und rückwärts Zählen bis 100
- 3 Nachbarzahlen bestimmen
- 4 In Zweierschritten vorwärts/rückwärts zählen
- 5 Zahlenkarten ordnen
- 6 Zerlegung der Zahlen 2 bis 9
- 7 Zerlegung der Zahlen 10 und 20
- 8 Bewusstes Sehen bis 10
- 9 Schnelles Sehen am Rechenschiffchen
- 10 Bündeln: Wie viele?
- 11 Zahlen hören und schreiben
- 12 Bewusstes Sehen im Hunderterpunktefeld
- 13 In Fünfer- und Zehnerschritten vorwärts/rückwärts zählen
- 14 Wie viel mehr/weniger?
- 15 Kraft der 5 (bis 10)

- 16 Kraft der 10 (bis 20)
- 17 Kraft der 10 (bis 100)
- 18 Verdoppeln bis 20
- 19 Verdoppeln bis 100
- 20 Halbieren bis 20
- 21 Halbieren bis 100
- 22 Rechnen mit Zehnern
- 23 Zehner-Analogien
- 24 Kombinieren von Strategien: Verdoppeln und Halbieren ± 1
- 25 Kombinieren von Strategien: Kraft der 5
- 26 Kombinieren von Strategien: Kraft der 10
- 27 Kombinieren von Strategien: $27 + 8$ und $44 - 9$
- 28 Kombinieren von Strategien: $55 + 38$ und $64 - 28$

Zählen

- 1 Plättchen zählen
- 2 Zahlenkarten bis 20 ordnen
- 3 Zählen am Zahlenband bis 100
- 4 Nachbarzahlen am Zahlenband
- 5 Nachbarzahlen finden (Spiel: „Die grüne 50“)
- 6 Zweierschritte am Rechenschiffchen
- 7 Wie viele Würfel? – In Zweierschritten zählen
- 8 Zahlenfolgen in der Hundertertafel verstehen
- 9 Zählen in Schritten in der Hundertertafel

- 10** Ausgewählte Zahlenkarten bis 20 auf dem Rechenstrich ordnen
- 11** Ausgewählte Zahlenkarten bis 100 auf dem Rechenstrich ordnen

Zahlzerlegung / Schnelles Sehen

- 1** Zerlegung der Zahlen von 2 bis 9
- 2** Zerlegung der Zahlen von 2 bis 9 am Rechenschiffchen
- 3** Alle Zerlegungen der 10
- 4** Alle Zerlegungen der 20
- 5** Zahlzerlegung (Spiel: „Klapp die Karten“)
- 6** Bewusstes und schnelles Sehen
- 7** Zahldarstellung bis 10 – bewusstes Sehen
- 8** Zahldarstellung bis 20 – bewusstes Sehen
- 9** Zahlzerlegung am Rechenschiffchen
- 10** Zeichnen des Rechenschiffchens aus der Erinnerung
- 11** Schnelles Sehen am Rechenschiffchen
- 12** „Würfelburg“: Gruppen sehen und addieren
- 13** Wie viele im Hunderterpunktfeld?
- 15** Ergänzen bis 10 mit den Fingern
- 16** Ergänzen bis 100 – Zerlegung der 100

Stellenwerte verstehen / Zahlen lesen und schreiben

- 1** Bündeln bis 100
- 2** Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (1)
- 3** Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (2)
- 4** Zahlen hören und schreiben bis 100
- 5** Kraft der 10 (Spiel: „Zehner-Einer-Quiz“)
- 6** Zahlen in die Hundertertafel schreiben

Grundstrategien der Addition und Subtraktion

- 1** „Fingerblitz“
- 2** Erstes Rechnen (Finger klappen)
- 3** 1 oder 2 mehr/weniger (Finger klappen)
- 4** Mehr/weniger (Spiel: „Hamstern“)
- 5** 1 oder 2 mehr/weniger (Spiel: Würfeln)
- 6** Gegensinniges Verändern
- 7** Verdoppeln mit dem Spiegel
- 8** Verdoppeln mit den Fingern
- 9** Verdoppeln am Rechenschiffchen
- 10** Verdoppeln von Zehnerzahlen
- 11** Rechnen mit Zehnerzahlen
- 12** Halbieren bis 20
- 13** Halbieren am Rechenschiffchen
- 14** Halbieren von Zehnerzahlen
- 15** Gerade und ungerade Zahlen
- 16** Geschicktes Rechnen
- 17** Geschicktes Rechnen (Spiel: „Würfelraten“)
- 18** Gleichungen – Was ist gleich?

- 19 Tauschaufgaben am Rechenschiffchen
- 20 Rechnen mit Zehnerzahlen ($10 + 3$ und $10 - 7$)
- 21 Rechnen mit Zehnerzahlen bis 100 ($30 + 7$ und $80 - 3$)
- 22 Zehner Analogien (Spiel: „Aufgabenpaare finden“)
- 23 Zehner-Analogien

Kombinierte Strategien der Addition und Subtraktion

- 1 Verdoppeln und Nachbaraufgaben
- 2 Strategie: Verdoppeln/Halbieren ± 1 (oder 2)
- 3 Kraft der 5 und Ableitungen
- 4 Strategie: Kraft der 5
- 5 Addition und Subtraktion von 10 ($4 + 10$ und $14 - 10$)
- 6 Strategie: Kraft der 10
- 7 Strategie: Gegensinniges Verändern
- 8 Strategie: Teilschrittverfahren
- 9 Zahlenmauern
- 10 Rechendreiecke
- 11 Additionsaufgaben bis 100 (Zahlenblick schulen)
- 12 Addition mit Übergang ($27 + 8$)
- 13 Subtraktionsaufgaben bis 100 (Zahlenblick schulen)
- 14 Subtraktion mit Übergang ($44 - 9$)
- 15 Addition zweistelliger Zahlen mit Übergang ($55 + 38$)
- 16 Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Übergang ($64 - 28$)
- 17 Verdoppeln zweistelliger Zahlen bis 100
- 18 Halbieren zweistelliger Zahlen bis 100
- 19 Spiel: „Genau daneben“
- 20 Geschicktes Rechnen am Zahlenfeld

Was ist neu?

Wenn Sie bisher schon mit der Kartei gearbeitet haben, werden Sie feststellen, dass Sie sowohl bei den Testkarten als auch bei den Arbeitskarten die bekannten und bewährten grafischen und inhaltlichen Strukturen wiederfinden.

Die **Testkarten** sind in großen Teilen unverändert geblieben, da sie sich in der Praxis bewährt haben. Trotzdem gibt es auch hier Veränderungen¹. Vor allem die Hinweise wurden aktualisiert bzw. erweitert. Bei manchen Karten sind Aufgaben hinzugekommen oder weggefallen.

Bei den **Arbeitskarten** gibt es weiterhin die Bereiche

- **Zählen**
- **Zahlzerlegung und schnelles Sehen**
- **Stellenwerte verstehen / Zahlen lesen und schreiben**

Der bisherige Bereich **Strategien von Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20 / bis 100** wurde differenziert und erweitert in:

- **Grundstrategien der Addition und Subtraktion** und
- **kombinierte Strategien der Addition und Subtraktion.**

¹ Ausführlichere Informationen zu den Veränderungen der Testkarten finden Sie unter der Überschrift „Was ist neu? – Hinweise für Lehrkräfte, die schon mit der Kartei gearbeitet haben“ auf der Homepage der iMINT-Akademie unter:
→ <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/imint-grundschule-mathe-materialien/>

Dieser Bereich ist insgesamt stark erweitert worden. Jede kombinierte Strategie wird jetzt in einer Arbeitskarte thematisiert. Die Förderung dieser Strategien wird durch zusätzliche Arbeitskarten mit vorbereitenden Übungen unterstützt. So wird der Zehnerübergang mit der Arbeitskarte „Strategie: Kraft der 5“ (Grau 4) vorbereitet durch die Arbeitskarte „Kraft der 5 und Ableitungen“ (Grau 3).

Zusätzlich wurden alle Bereiche der Kartei durch neue Arbeitskarten erweitert:

In der Praxis zeigte sich, dass die Übungen zur Zahlzerlegung als Basis für die Anwendung unterschiedlicher Strategien noch erweitert werden sollten. So gibt es jetzt neue Karten zum Fingerklappen „Erstes Rechnen“ (Lila 2) und zur „Zerlegung der Zahlen von 2 bis 9“ (Gelb 2).

Da das Problem der Platzhalteraufgaben in der Testkarte 15 mit aufgenommen wurde, gibt es nun auch eine Arbeitskarte „Gleichungen – was ist das? (Lila 18) zu diesem Thema. Zusätzlich wurde der Bereich des Halbierens durch mehrere neue Arbeitskarten gestärkt.

Neu sind außerdem verschiedene Übungsformate wie Zahlenmauern, Rechendreiecke und Zahlenfelder. Mit diesen Übungsformaten wird das geschickte Rechnen thematisiert, gefördert und die Anwendung verschiedener Strategien geübt.

Bei den verwendeten **Veranschaulichungsmaterialien** haben wir den Rechenrahmen durch das Punktematerial ersetzt. Mit dem Punktematerial können die Erfahrungen und Fähigkeiten, die die Schülerinnen und Schüler mit dem Rechenschiffchen im Zahlenraum bis 20 erworben haben, in den Zahlenraum bis 100 übertragen und fortgesetzt werden. Im Gegensatz zum Rechenrahmen ist die Variabilität der Handlungen durch das Punktematerial deutlich erweitert, was sich besonders bei den Handlungen des Verdoppelns und Halbierens zeigt. Dazu wurden mehrere neue Arbeitskarten erstellt. Bei der Nutzung des Punktematerials ist darauf zu achten, dass Zehnerstreifen, Fünferstreifen und einzelne Plättchen richtig genutzt werden.

Die Kartei und viele der benötigten Materialien bzw. Kopiervorlagen werden im Internet auf der Homepage der iMint-Akademie unter:

→ <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/imint-grundschule-mathe-materialien/>

zum Download zur Verfügung stehen. Es ist dadurch möglich, selbst eine Förderkiste zu erstellen, die die Test- und Arbeitskarten und die dazugehörigen Materialien enthält.

Dort finden Sie u.a. auch beispielhaft einen Dokumentations- und Protokollbogen, der die Ergebnisse der Testkarten zusammenfasst und Platz für Bemerkungen lässt. Sie erlangen somit nach erfolgter Testung einen Überblick über die Schwerpunkte der notwendigen Förderung.

Es hat sich gezeigt, dass die Ergebnisse des Tests eine gute Grundlage für Elterngespräche, für Informationen an den schulpsychologischen Dienst oder auch für schulinterne Entscheidungen sein können.

In jeder Klasse gibt es Kinder, die im Umgang mit Zahlen große Schwierigkeiten haben, u. a. deshalb, weil ihre Rechenkompetenzen beim zählenden Rechnen stehen geblieben sind. Wir wollen mit unserer Kartei Kolleginnen und Kollegen darin unterstützen, das denkende Rechnen dieser Kinder zu entwickeln und zu fördern. Dabei gehen wir davon aus, dass vermehrtes „Üben“ nicht zum Erfolg führt. Erst das Durchschauen der fehlerhaften Konzepte der Kinder eröffnet die Möglichkeit, neue Wege beim Erlernen des Rechnens zu gehen. Die Kartei bietet Aufgaben und Lehrerkommentare, die dabei helfen.

Die Probleme „rechenschwacher Schüler(innen)“ liegen im Wesentlichen im unverständenen Zahlenraum bis 20 / bis 100. Wenn hier Zählen, Zahlzerlegung, Stellenwertverständnis und die Strategien der Addition und Subtraktion nicht verstanden wurden, hat dies Folgen für die Rechenfähigkeit insgesamt – im Zahlenraum bis 1000 und höher. Wir gliedern unsere Kartei deshalb folgendermaßen:

- **Zählen**
- **Zahlzerlegung und schnelles Sehen**
- **Stellenwerte verstehen / Zahlen lesen und schreiben**
- **Grundstrategien der Addition und Subtraktion**
- **Kombinierte Strategien der Addition und Subtraktion**

Die Vermittlung von *Rechenstrategien* steht im Mittelpunkt der Förderarbeit. Kinder brauchen Strategien, wenn sie nicht „zählende Rechner“ bleiben sollen. Die angebotenen Strategien zum Zehnerübergang wurden so ausgewählt, dass die für rechenschwache Schüler(innen) naheliegenden Verfahren wie „Die Kraft der 5“, das Verdoppeln $+1/-1$ und das gegensinnige Verändern im Mittelpunkt stehen. Das Teilschrittverfahren wird nachrangig behandelt, weil es dasjenige Verfahren ist, das die Kenntnis der meisten Teilkompetenzen voraussetzt und gerade rechenschwachen Lernenden deshalb sehr schwerfällt.

Wir gehen mit M. Gaidoschik (2007) und anderen davon aus, dass die Förderung von rechenschwachen Schüler(innen) auf dem Verstehen von mathematischen Handlungen aufgebaut sein muss: Das Auswendigwissen von Rechensätzen ist nur dann sinnvoll, wenn der Lernende ein individuelles Verständnis für entsprechende arithmetische Zusammenhänge entwickelt hat.

Viele Kinder führen die Materialhandlungen richtig aus, die dem strategieorientierten Rechnen entsprechen, schaffen es aber nicht, sich vom Material zu lösen, davon zu abstrahieren. Beim Kopfrechnen greifen diese Schüler(innen) dann zu dem, was schon immer funktioniert hat: Zum Zählen. Die Schüler(innen) müssen deshalb lernen, die Handlung zu verinnerlichen, und dabei das Material als Leiter und nicht als Stütze verwenden (vgl. Gaidoschik, 2007). Wichtig ist dabei, dass mit Hilfe der Handlung am Material mathematische Grundvorstellungen aufgebaut werden, indem diese

Handlung auch mental (in der Vorstellung) ausgeführt werden kann. (vgl. Wartha, Schulz, 2012). Diese Handlung sollte zunächst noch ausführlich von den Kindern beschrieben werden. Erst auf dieser Basis kann dann eine allmähliche Verkürzung zum sicheren Kopfrechnen erfolgen.

Erst die verinnerlichte Handlung bildet die Grundlage für das erfolgreiche Kopfrechnen auch mit größeren Zahlen.

Das Material wurde so ausgewählt, dass es Handlungen erlaubt, die den Kopfrechenstrategien entsprechen. Die Materialauswahl beschränkt sich auf wenige, aber klar strukturierte Unterrichtsmaterialien. Im Mittelpunkt stehen Rechenschiffchen für den Zahlenraum bis 20 und Punktematerial für den Zahlenraum bis 100. Ordinaler und kardinaler Zahlaspekt werden durch die Verwendung von Zahlenbändern auf der einen und Mehrsystemblöcken auf der anderen Seite berücksichtigt.

Wir haben auch Rechenspiele in unsere Kartei aufgenommen. Es handelt sich um Spiele, die das Denken herausfordern und unterschiedliche Rechenwege möglich machen. Das Denken in Mustern und Strukturen ist etwas, das rechenschwachen Kindern schwerfällt. Hier gibt es Möglichkeiten, dieses Denken zu fördern.

Haben die Kinder erste Rechenstrategien erworben, so können sie mit Hilfe der Arbeitskarten zu operativen Übungen (Zahlenfeld, Zahlenmauer und Rechendreieck) ihre Flexibilität bei der Anwendung unterschiedlicher Strategien erweitern.

Insgesamt orientieren wir uns an den Grundgedanken zum mathematischen Lernen von Müller/Wittmann, so wie es im Zahlenbuch angewendet worden ist. Wenn es sich anbietet, verweisen wir auf „Mathe 2000“.

Entscheidendes Ziel des förderdiagnostischen Tests ist es, festzustellen, welche Verfahren das Kind einsetzt, um zu seinen Ergebnissen zu kommen, und welches Strategiewissen es sich bereits angeeignet hat. Es geht also darum, herauszufinden, wo Förderung *individuell* ansetzen muss. Bei unserem Test handelt es sich also nicht um ein Instrumentarium der Leistungsfeststellung für *alle* Schüler(innen).

Die Kartei enthält zu jeder Testkarte (TK) mindestens eine Arbeitskarte (AK). Test- und Arbeitskarten sind aufeinander abgestimmt. Wenn deutlich wird, dass ein Kind eine Testaufgabe nicht oder nur unzureichend lösen kann, wird auf Aufgaben verwiesen, deren Bearbeitung die jeweilige Lücke zu schließen hilft.

Unsere Testaufgaben sind so gewählt, dass beobachtet werden kann, ob die Aufgabenlösung vom Kind „gekonnt“ wird. Wenn nicht, so kann dies auf eine Notwendigkeit von Förderung in diesem speziellen Punkt hindeuten. Hilfestellungen für die Lehrkraft sind in genauen Formulierungen der Lehrerfrage, in der Beschreibung der Lehrerhandlung und der erwarteten richtigen Schülerlösung zu finden.

Wenn Materialien beim Test eingesetzt werden sollen, dann sind diese entsprechend der jeweiligen Aufgabe abgebildet. Hier empfiehlt es sich allerdings, entsprechende reale Materialien zu benutzen, da ansonsten immer die jeweils nicht benutzten Darstellungen abgedeckt werden müssen. In den Testkarten werden unter dem Punkt „Hinweise“ Beobachtungstipps gegeben, die der Lehrkraft eine genauere Wahrnehmung der Lernklippen ermöglichen.

Die Aufgaben auf einer Testkarte sind nach Schwierigkeitsgraden geordnet. Die Lehrkraft sollte, wenn deutlich wird, dass das Kind mit einer leichteren Aufgabe überfordert ist (ZR bis 20), nicht auch noch die schwierige anbieten (ZR bis 100). In diesem Fall ist es sinnvoll, die entsprechende Testkarte abubrechen und mit der nächsten weiter zu arbeiten. Grundsätzlich ist es wichtig, Fragen zu stellen: „Wie hast du gerechnet?“ „Was hast du dir überlegt?“ Dies gilt auch bei richtigen Lösungen. Hinter einer richtigen Lösung kann sich eine falsche Vorstellung verbergen. Aber auch umgekehrt: Eine falsche Lösung kann durchaus auch Ergebnis eines richtigen Grundgedankens bzw. einer richtigen Strategie sein. Auch besitzen die Schüler(innen) manchmal Kompetenzen, die sie nicht oder nur teilweise anwenden, weil die verfügbaren Rechenschritte noch unsicher sind oder weil sie den scheinbar sicheren (Zähl-)Weg bevorzugen. Auch dies gilt es mit Hilfe des förderdiagnostischen Tests herauszuarbeiten.

Eine fehlerhafte Antwort sollte im Test nie zum Ausgangspunkt für eine Belehrung bzw. Richtigstellung durch die Lehrperson genommen werden. Falsche Lösungen werden auf dem Dokumentationsbogen vermerkt, aber stehengelassen und nicht kommentiert. Die Arbeit an der Fehlvorstellung erfolgt anschließend mit Hilfe der Aufgabenkarten.

Das Ergebnis dieses förderdiagnostischen Tests sind keine Punktwerte, sondern Informationen darüber, welche (falschen) Rechenwege ein Kind geht und mit welchen Vorstellungen diese verbunden sind. Deshalb ist es auch grundsätzlich möglich, nach der Bearbeitung einer besonderen Testkarte gleich die entsprechende Arbeitskarte anzubieten und so Schritt für Schritt den Förderunterricht zu gestalten.

In der Praxis hat es sich allerdings bewährt, den gesamten Test durchzuführen. Dabei ist die Protokollierung von individuellen Lösungsstrategien sinnvoll. Hier gilt es, bei jeder Aufgabe Besonderheiten im Lösungsprozess zu protokollieren, die später die Grundlage für die individuelle Förderung darstellen. Wenn sich dies arbeitsorganisatorisch als schwierig erweist, lohnt es, eine Audio- oder Videoaufnahme zu machen und diese hinterher auszuwerten.

Zusammen mit anderen ergänzenden Materialien finden Sie ein Beispiel für einen „Dokumentations- und Beobachtungsbogen“ auf der Homepage der iMINT-Akademie unter:

→ <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/faecher/mathematik-naturwissenschaften/mint/i-mint-akademie/i-mint-akademie-grundschule/mathematik/materialien-zum-download/>

Es ist auf jeden Fall anzuraten, dass die Lehrkraft, die den Förderunterricht erteilt, auch den förderdiagnostischen Test durchführt. Gerade für eine an individuelle Denkmuster anknüpfende Förderung ist dies wichtig. Die Informationen über individuelle Fehlvorstellungen des Kindes, aber auch über schon erworbene Rechenfähigkeiten, können so produktiv in den Förderprozess einfließen.

Führt eine andere Lehrkraft den Test durch, so ist ein gesondertes Gespräch mit dem/der Kolleg(in), die/der fördert bzw. das Kind unterrichtet, wichtig, in dem genau diese individuellen Ergebnisse ausführlich besprochen werden.

Jede Arbeitskarte enthält:

- sachliche Informationen für die Lehrkraft: **„Worum geht es?“**,
- methodische Hinweise bezogen auf Reflexions- und Darstellungsmöglichkeiten des Aufgabenlösungsprozesses: **„Worauf ist zu achten?“** und
- Hinweise zur Unterstützung des Verinnerlichungsprozesses: **„Wie kommt die Handlung in den Kopf?“**.

Die Arbeitskarten stellen *Anregungen* für die konkrete individuelle Förderarbeit dar. Alle Aufgaben sind also als Beispiele gedacht. Dies bedeutet, dass die speziellen Aufgaben der gegebenen Arbeitskarte auch durch eigene Überlegungen erweitert, verändert und an die individuelle Fördersituation angepasst werden können. Hinweise dafür werden in dem Kommentar für die Lehrkraft („Was ist zu beachten?“) gegeben.

Die Abfolge der Arbeitskarten stellt *keine* lückenlose bzw. vollständige Darstellung aller möglichen Lernschritte beim Erlernen des Rechnens dar, wie wir sie z.B. in Schulbüchern finden. Allerdings sind sie in unseren Gliederungspunkten **Zählen**, **Zahlzerlegung**, **Stellenwerte verstehen**, **Grundstrategien** und **Kombinierte Strategien** der Addition und Subtraktion nach Schwierigkeitsgraden geordnet.

Manche Arbeitskarten enthalten inhaltliche Anforderungen, die über einen längeren Zeitraum der Förderung immer wieder angeboten werden sollten. Dies wird dann jeweils im Kommentar vermerkt.

Wichtig erscheint uns, dass die Förderung an den individuellen Konzepten des Kindes ansetzen sollte. Wir gehen davon aus, dass es entscheidend ist – vermittelt über das Gespräch mit dem Kind –, zu erfahren, was das Kind über Zahlen und Rechenoperationen denkt und welche Vorstellungen es dazu entwickelt hat.

Immer geht es in den Arbeitskarten darum, wie die Lehrkraft die Kinder dabei unterstützen kann, die Handlung zu abstrahieren. Erläuternde Hinweise finden sich unter „Wie kommt die Handlung in den Kopf?“. Wenn ein Kind eine Aufgabe nicht im Kopf rechnen kann, ist es nicht unbedingt notwendig, sofort auf die Handlungsebene mit entsprechendem Material zurückzugehen. Manchmal reicht auch schon der Blick auf das Material, um verständnisorientiert anknüpfen zu können. Hinweise dieser Art sind in den Kommentaren für die Lehrkraft zu finden.

Es ist wichtig, dass nicht die häufige Wiederholung einer Handlung zur Abstraktion führt, sondern das Mitteilen der Denkwege bzw. begleitenden Gedanken. Die Aufgaben sind meist als Partnerarbeit konzipiert. Dies hat den Vorteil, dass unterschiedliche Lösungswege zwischen den Kindern besprochen und auch dargestellt werden können und die Lehrkraft den Lernprozess gut beobachten kann, ohne immer gleich direkt zu intervenieren.

Die Arbeitskarten beinhalten oft auch Formulierungsvorschläge für Lehrerfragen in einer Sprechblase. Die Schülerantworten in den Sprechblasen stellen natürlich Beispiele möglicher Formulierungen dar. Wenn die Kinder andere eigene Worte für die Beschreibung der Handlung finden, ist das gut so. Auf jeden Fall sollten sie von der Lehrkraft immer zum Sprechen über ihre Denkwege angeregt werden: „Erzähle mir, was du überlegt hast!“ Formulierungshilfen für zu stellende Fragen sind dem Punkt „Was ist zu berücksichtigen?“ zu entnehmen.

Die Verwendung des auf den Arbeitskarten abgebildeten *Materials* ist als Vorschlag zu betrachten. Es kann auch durch ein anderes, strukturgleiches ersetzt werden: Dies betrifft z.B. das Zwanzigerfeld, das Rechenschiffchen und das Punktematerial.

Ob der Einsatz einer Arbeitskarte sinnvoll ist, entscheidet sich zum großen Teil danach, ob das Kind im Vorfeld die nötigen Lernerfahrungen gesammelt und sie auch verstanden hat. Besonders im Fall der kombinierten Strategien sollte darauf geachtet werden, dass die Teilstrategien bzw. auch das Zählen und Zerlegen „gekonnt“ sind. Bei einer sachlich richtigen Auswertung der Testkarten ist dies gesichert.

Karin Tretter

Literaturliste

Aebli, Hans:

Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage.

Klett-Cotta, Stuttgart 2011.

FA Spectra Lehrmittel-Verlag GmbH, Essen:
Rechenschiffchen

Gaidoschik, Michael:

Rechenschwäche vorbeugen.

G & G Verlagsgesellschaft, Wien 2007.

Häsel-Weide, Uta / Nührenböcker, Marcus / Moser Opitz, Elisabeth / Wittich, Claudia:

Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. Klett/Kallmeyer, Seelze 2013

Hess, Kurt:

Kinder brauchen Strategien.

Kallmeyer, Seelze 2012.

PikAs: www.pikas.tu-dortmund.de

Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung

(Hrsg.): Beobachten – Dokumentieren – Fördern. Lern-

dokumentation Mathematik, Berlin 2008.

Schipper, Wilhelm:

Übungen zur Prävention von Rechenstörungen.

In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 182, 2005

Wartha, Sebastian / Schulz, Axel:

Rechenproblemen vorbeugen

In: Cwik, Gabriele / Dr. Metzger, Klaus (Hrsg.):

Lehrerbücherei Grundschule. Cornelsen Verlag, Berlin 2018

Wittmann, Erich Christian / Müller, Gerhard Norbert:

Das Zahlenbuch 1.

Ernst Klett Verlag, Stuttgart/Leipzig 2017.

Wittmann, Erich Christian / Müller, Gerhard Norbert:

Das Zahlenbuch 2.

Ernst Klett Verlag, Stuttgart/Leipzig 2017.

Impressum

9

Herausgeber:

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie
Bernhard-Weiß-Straße 6, 10178 Berlin

www.berlin.de/sen/bjf

Verantwortlich:

Regina Ultze, II B, Sen BJF

Redaktion:

Ralf Punkenburg, II B1, Sen BJF
Anita Pfeng, II B1 Pf, Sen BJF

Autoren:

Bärbel Hagedorn
Karin Tretter

Überarbeitung und Erweiterung:

Karin Tretter

Gestaltung:

Studio SYBERG, Berlin

Fotos:

Karin Tretter

Illustration:

Nils Fliegner, Hamburg

Druck:

Druckcenter Berlin

2. erweiterte Auflage 2019

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt.

Vervielfältigungen sind nur mit Zustimmung der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie des Landes Berlin zulässig.

Vervielfältigungen für schulische Zwecke sind ausdrücklich erwünscht.

© 2019 Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie

Lehrkraft: „Wie viele Würfel sind es insgesamt?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft legt 8 Würfel aus.
- 2 Die Lehrkraft legt 17 Würfel aus.

Schülerfähigkeit

Das Kind zählt und bestimmt die Menge.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

1

2

Hinweise

- Es ist wichtig, dass mit realen Materialien gearbeitet wird.
- Entscheidend ist das laute Zählen. Die Lehrkraft erfährt auf diese Weise, wie der Zählprozess gestaltet ist: Wird jeder Würfel berücksichtigt (angetippt oder beiseite geschoben)?
- Wenn Würfel ausgelassen bzw. doppelt gezählt werden oder die Zahlenfolge nicht beherrscht wird, dann weiter mit **AK1** und **AK2**.
- Hat das Kind die 8 Würfel gezählt und 8 als gezählte Menge benannt, wird vor den Augen des Kindes die Position der Würfel verändert. Interessant ist es nun, ob das Kind auf folgende Frage: „Wie viele sind es jetzt?“ noch einmal zu zählen beginnt. Dies ist ein Hinweis darauf, dass die Mengenkonstanz noch nicht vollständig entwickelt ist. Übungen dazu findet man bei Gaidoschik (2007, S.22 ff.).

Wie viele?

TEST 1

Material: Einerwürfel der Mehrsystemblöcke

1



2



Lehrkraft: „Zähle in Einer-Schritten vorwärts/rückwärts, bis ich ‚stopp‘ sage!“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft nennt die Zahl 9.
- 2 Die Lehrkraft nennt die Zahl 12.
- 3 Die Lehrkraft nennt die Zahl 66.
- 4 Die Lehrkraft nennt die Zahl 100.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind zählt vorwärts bis 15.
- 2 Das Kind zählt rückwärts bis 6.
- 3 Das Kind zählt vorwärts bis 72.
- 4 Das Kind zählt rückwärts bis 89.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

3

4

Hinweise

- Wenn das Kind Unsicherheiten in der Zahlenfolge zeigt, dann weiter mit **AK2** und **AK3**.
- Wenn das Kind vor dem Zehner zögert, dann weiter mit **AK4** und **AK5**.
- Beinhalten die Zahlenfolgen Zahlendreher, dann weiter mit **AK4**.

9

12

66

100

Lehrkraft: „Welche Zahl kommt beim Zählen nach.../vor...?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft nennt die Zahl 10.
- 2 Die Lehrkraft nennt die Zahl 56.
- 3 Die Lehrkraft nennt die Zahl 65.
- 4 Die Lehrkraft nennt die Zahl 80.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind findet den Vorgänger/ Nachfolger von 10.
- 2 Das Kind findet den Vorgänger/ Nachfolger von 56.
- 3 Das Kind findet den Vorgänger/ Nachfolger von 65.
- 4 Das Kind findet den Vorgänger/ Nachfolger von 80.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

4 5

Hinweise

- Wie ermittelt das Kind den Vorgänger von einer Zehnerzahl? Geht es zurück zur letzten Zehnerzahl und beginnt von dort aus zu zählen, dann weiter mit **AK 4** und **AK 5**.
- Gibt es Hinweise darauf, dass die Zahlenreihe nicht vollständig beherrscht wird, dann weiter mit **AK 1** und **AK 2**.

10

56

65

80

Lehrkraft: „Zähle in Zweierschritten von ... aus weiter/zurück, bis ich ‚stopp‘ sage!“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft nennt die Zahl 8.
- 2 Die Lehrkraft nennt die Zahl 14.
- 3 Die Lehrkraft nennt die Zahl 36.
- 4 Die Lehrkraft nennt die Zahl 72

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind zählt in Zweierschritten von 8 bis 16.
- 2 Das Kind zählt rückwärts in Zweierschritten von 14 bis 6.
- 3 Das Kind zählt in Zweierschritten von 36 bis 44.
- 4 Das Kind zählt rückwärts in Zweierschritten von 72 bis 60.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Gibt es Hinweise, dass die Zahlenreihe nicht beherrscht wird, dann weiter mit **AK2**.
- Wenn es Schwierigkeiten beim Zählen in Zweierschritten gibt, bitte nachfragen:
„Was überlegst du, wenn du die nächste Zahl finden willst?“ Dann weiter mit **AK6** und **AK7**.
- Zur Bewusstmachung der Muster von Zweierschritten in der Hundertertafel bitte weiter mit **AK9**.

8

14

36

72

Lehrkraft: „Ordne die Zahlenkarten. Beginne mit der kleinsten Zahl!“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft legt die Zahlenkarten 4, 9, 12, 15 und 22 aus.
- 2 Die Lehrkraft legt die Zahlenkarten 3, 35, 53, 80 und 91 aus.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind ordnet die Zahlenkarten in aufsteigender Folge.
- 2 Das Kind ordnet die Zahlenkarten in aufsteigender Folge.

1 nicht gekonnt?

Dann weiter mit ...

2 10

2 nicht gekonnt?

Dann weiter mit ...

3 11

Hinweise

→ **Zu 2:** Fragen Sie nach, warum 53 größer als 35 ist.

Achtung bei folgender Erklärung: „Weil vorne die größere Zahl steht.“

Dies kann ein Hinweis auf eine rein formale Sichtweise sein, ohne dass der Stellenwert verstanden ist.

Fragen Sie nach: „Was bedeutet die 5 bzw. die 3 in der Zahl 53?“

Weiter mit **AK2** und **AK3**, **AK5** wenn hier Unklarheiten sind.

Material: Zahlenkarten

12

22

4

9

15

91

35

53

3

80

Lehrkraft: „Welche Zahlen könnte ich gewürfelt haben?“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft würfelt verdeckt mit 2 Spielwürfeln und nennt die Summe, z. B. 7.

Schülerfähigkeit

Das Kind benennt die möglichen Würfelbilder:
1 und 6, 2 und 5, 3 und 4.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Wenn das Kind nicht alle möglichen Zerlegungen nennen kann, bitte weiter mit **AK1** und **AK2**.
- Die Arbeitskarten **AK5** und **AK17** beinhalten Spiele, die Zerlegungen erfordern. Neben anderen wichtigen Operationen üben sie die Zerlegung, die in **AK1** bzw. **AK2** vermittelt wird. Deshalb können sie auch in anderen Zusammenhängen im Förderunterricht immer wieder eingesetzt werden.
- **AK18** unterstützt die Fähigkeit, Aufgaben in Gleichungsform zu notieren.

Material: 2 Spielwürfel (Würfelbilder 1 bis 6)



Lehrkraft: „Wie viele fehlen bis 10 (bzw. 20)?“

Lehrerhandlung

- 1 Lehrkraft: 3 und ____ (10)
- 2 Lehrkraft: 8 und ____ (10)
- 3 Lehrkraft: 5 und ____ (10)
- 4 Lehrkraft: 11 und ____ (20)
- 5 Lehrkraft: 9 und ____ (20)
- 6 Lehrkraft: 1 und ____ (20)

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind nennt 7.
- 2 Das Kind nennt 2.
- 3 Das Kind nennt 5.
- 4 Das Kind nennt 9.
- 5 Das Kind nennt 11.
- 6 Das Kind nennt 19.

1 bis 3 nicht gekannt?

Dann weiter mit ...



4 bis 6 nicht gekannt?

Dann weiter mit ...



Hinweise

- Decken Sie bitte alle nicht benötigten Zahlen ab.
- Achten Sie auf verdeckte Zählhandlungen (Fingerbewegungen, Kopfnicken usw.).
Wenn gezählt wird, dann weiter mit **AK3, AK7, AK14** bzw. **AK4, AK8**.
- Um sicherzugehen, fragen Sie nach: „Kannst du mir sagen, wie du auf dein Ergebnis gekommen bist?“
- Wenn das Kind seine Überlegungen mit dem „Fingerklappen“ erklärt, dann weiter mit **AK2**.
Hier sind Übungen zur Verinnerlichung der Handlung erforderlich.
- In **AK5** „Klapp die Karten“ werden die Zerlegungen spielerisch geübt.

3
8
5
11
9
1

Lehrkraft: „Wie viele Plättchen siehst du?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft zeigt Abb. A.
- 2 Die Lehrkraft zeigt Abb. B.
- 3 Die Lehrkraft zeigt Abb. C.
- 4 Die Lehrkraft zeigt Abb. D.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind addiert Gruppen und nennt das Ergebnis 7.
- 2 Das Kind addiert Gruppen und nennt das Ergebnis 8.
- 3 Das Kind addiert Gruppen und nennt das Ergebnis 6.
- 4 Das Kind addiert Gruppen und nennt das Ergebnis 10.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

6

Hinweise

- Wenn das Kind die richtige Antwort gibt, ist es wichtig, zu fragen, *wie* es die Punkte gesehen hat: Hat es Teilmengen gesehen, welche? Hat es gezählt, dann weiter mit **AK 6**.
- Wenn das Kind lange für die Antwort braucht, ist zu vermuten, dass es gezählt hat, also weiter mit **AK 6**.
- Entdeckt das Kind Beziehungen zwischen den Abbildungen der Punktekarten (leitet es ab?) oder muss es jedes Mal neu überlegen? Hier ist es sinnvoll, nachzufragen.

Material: Plättchen oder Abbildungen von Plättchen

A



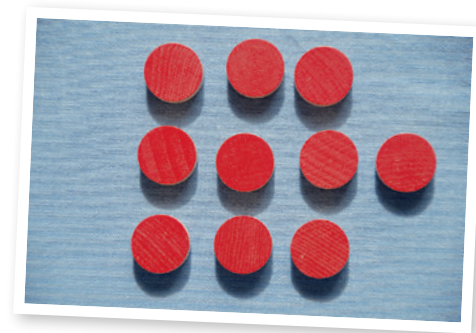
B



C



D



Lehrkraft: „Wie viele Plättchen siehst du?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft zeigt das Rechenschiffchen mit 9 Plättchen.
- 2 Die Lehrkraft zeigt das Rechenschiffchen mit 14 Plättchen.
- 3 Die Lehrkraft zeigt das Rechenschiffchen mit 19 Plättchen.
- 4 Die Lehrkraft zeigt das Rechenschiffchen mit 16 Plättchen.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind erfasst die Menge 9 durch Addition von Gruppen.
- 2 Das Kind erfasst die Menge 14 durch Addition von Gruppen.
- 3 Das Kind erfasst die Menge 19 durch Addition von Gruppen.
- 4 Das Kind erfasst die Menge 16 durch Addition von Gruppen.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

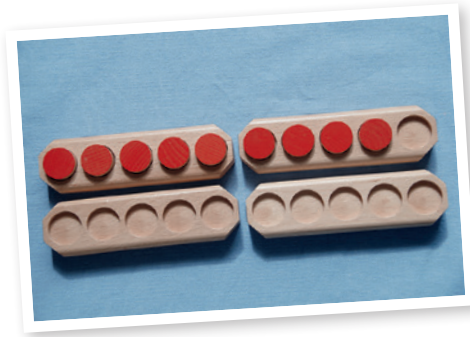


Hinweise

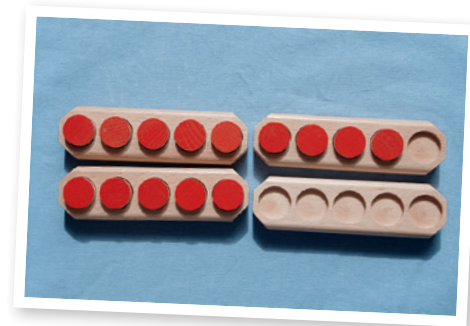
- Die Testaufgaben ermitteln, ob das Kind die Summen der Plättchen ohne zu zählen bestimmen kann. Zählt das Kind die Plättchen, dann sollte die Lehrkraft nachfragen, ob die Bestimmung der Summe auch noch auf einem anderen Weg möglich ist.
- Wenn das Kind alles zählt oder auch nur von der ersten gesehenen Menge aus weiterzählt, erfordert es den Einsatz von **AK9** und **AK10**.
- **AK11** und **AK12** unterstützen die Kinder darin, von der handelnden Ebene zu abstrahieren. Sie schließen also an **AK9** und **AK10** an und vertiefen das Wissen um die Zahlen.

Material: Rechenschiffchen

1



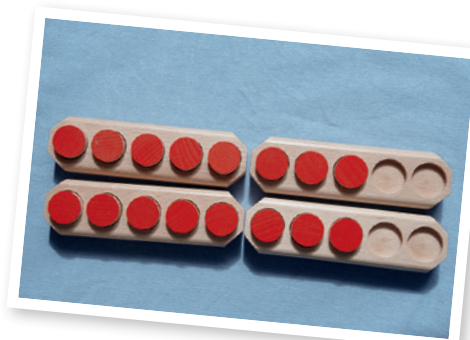
2



3



4



Lehrkraft: „Wie viele sind es insgesamt?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft legt 5 Zehnerstangen und 7 Einerwürfel aus.
- 2 Die Lehrkraft legt 2 Zehnerstangen und 15 Einerwürfel aus.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind bestimmt die Anzahl: 57.
- 2 Das Kind bestimmt die Anzahl: 35.

1 nicht gekonnt?

Dann weiter mit ...



2 nicht gekonnt?

Dann weiter mit ...

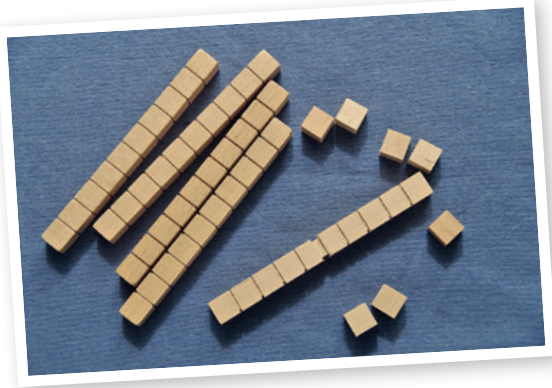


Hinweise

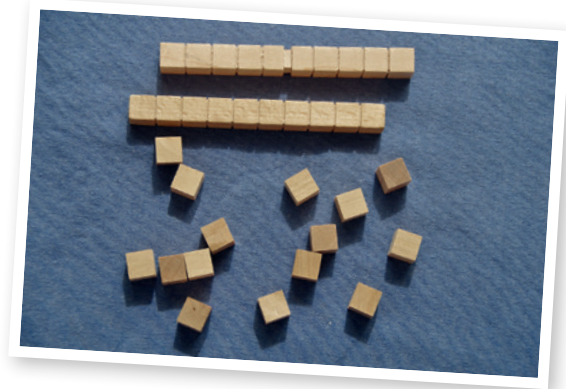
- Zu Aufgabe 2: Wenn das Kind die Einer in der Zehnerstange abzählt oder aber die Zehnerbündelung nicht deuten kann, dann weiter mit **AK 1**.
- Mit **AK 4** kann das Zahlenverständnis (ohne Anschauung) mit einem Spiel trainiert werden.
- Die Zahl wird anschließend auch notiert. Wenn die Menge zwar richtig bestimmt wurde, aber beim Aufschreiben Probleme auftauchen, dann weiter mit **AK 4** bzw. **AK 6**.

Material: Mehrsystemblöcke

1



2



Lehrkraft: „Schreibe bitte die Zahlen auf, die ich dir ansage!“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft diktiert langsam nacheinander folgende Zahlen: 9, 17, 54, 60, 71 und 90.

Schülerfähigkeit

Das Kind schreibt die Zahlen nach Diktat richtig auf.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Vertauscht das Kind beim Schreiben die Ziffern? Dies kann ein Hinweis auf Stellenwertunsicherheit sein, also weiter mit **AK1**.
- Wenn das Kind die Ziffern der zweistelligen Zahl von rechts nach links schreibt, dann weiter mit **AK4**.
- In **AK6** ist das Kind aufgefordert, Zahlen strukturiert in die Hundertertafel zu schreiben. Die Bearbeitung von **AK6** schließt also an **AK5** an.
- Fragt das Kind öfter nach? Kann es sich die Zahlen nur schwer merken? Dies ist ein Hinweis auf Probleme beim Vorstellen der Menge; dann weiter mit **AK2** und **AK3**.
- Bitte nachfragen: Was bedeutet – z.B. bei der 54 – die Ziffer 5, was bedeutet die Ziffer 4? Bei Stellenwertunsicherheiten weiter mit **AK1** und **AK4**.

9

17

54

60

71

90

Lehrkraft zeigt ein teilweise abgedecktes Hunderterpunktefeld: „Wie viele Punkte siehst du?“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft zeigt das Hunderterpunktefeld ohne Abdeckung.
- 2 Die Lehrkraft zeigt 12 Punkte.
- 3 Die Lehrkraft zeigt 85 Punkte.
- 4 Die Lehrkraft zeigt 99 Punkte.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind nennt die Anzahl der Punkte.
- 2 Das Kind nennt die Anzahl der Punkte.
- 3 Das Kind nennt die Anzahl der Punkte.
- 4 Das Kind nennt die Anzahl der Punkte.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

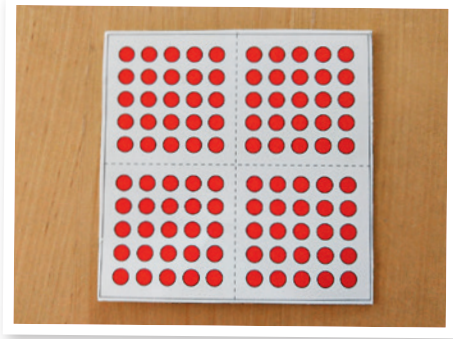
13 15

Hinweise

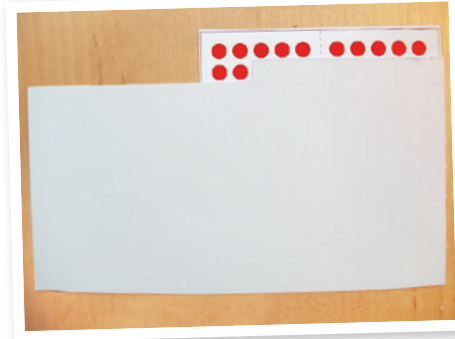
- Nennt das Kind eine Zahl, wird nachgefragt: „Wie bist du zu dem Ergebnis gekommen? Woher weißt du, dass es (z.B.) 12 Punkte sind?“
- Es ist entscheidend, welche Gruppen das Kind benennt: Sieht es Zehner und Einer oder zählt es in Fünferschritten oder zählt es womöglich in Einerschritten?
- Die Aufgabe gilt als nicht gelöst, wenn das Kind die Anzahl zählend ermittelt oder das Ergebnis nicht nennen kann. Ist dies der Fall, dann weiter mit **AK 1** und **AK 2**.
- Bei **AK 15** lautet die Frage der Lehrkraft: „Wie viele Punkte siehst du nicht?“ Liegt das Ergänzungsproblem im Zahlenraum bis 10, dann weiter mit **AK 14**.
- Wenn das Kind auf die Frage: „Wie viele Zehner und Einer hat die gezeigte Zahl?“ nicht mit der Angabe der gesehenen Zehner und Einer antwortet, dann weiter mit **AK 2** und **AK 13**.

Material: Hunderterpunktefeld, Abdeckwinkel

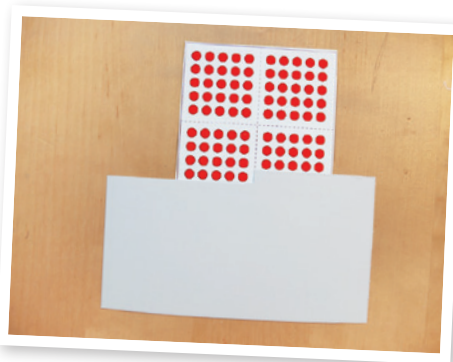
1



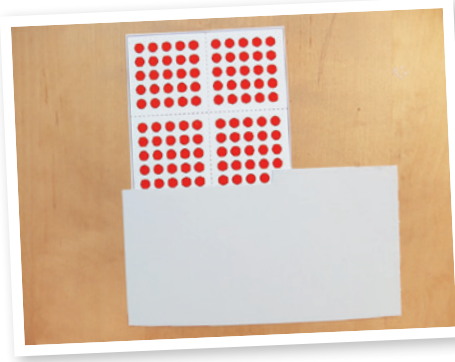
2



3



4



In Fünfer- und Zehnerschritten vorwärts/rückwärts zählen

TEST 13

Lehrkraft: „Zähle in Fünfer- (Zehner) Schritten von ... aus weiter/zurück, bis ich ‚stopp‘ sage!“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft nennt die Zahl 5.
- 2 Die Lehrkraft nennt die Zahl 10.
- 3 Die Lehrkraft nennt die Zahl 42.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind zählt in Fünferschritten bis zur 35.
- 2 Das Kind zählt in Zehnerschritten bis 100.
- 3 Das Kind zählt rückwärts in Zehnerschritten bis 2.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Wenn es Schwierigkeiten beim Zählen in Fünfer- oder Zehnerschritten gibt, bitte nachfragen: „Was überlegst du, wenn du die nächste Zahl finden willst?“
- Zur Bewusstmachung der Muster von Fünfer- und Zehnerschritten im Hunderterpunktefeld bitte weiter mit **AK9**.

In Fünfer- und Zehnerschritten vorwärts/rückwärts zählen

TEST 13

5
10
42

Wie viel mehr/weniger?

TEST 14

Lehrkraft: „Wie viele Würfelpunkte hast du mehr bzw. weniger als ich?“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft und das Kind würfeln offen mit jeweils einem Spielwürfel. Sie benennen jeweils ihre gewürfelte Punktzahl.

Schülerfähigkeit

Das Kind benennt die Differenz zwischen den beiden Würfelzahlen. Wenn 4 und 6 gewürfelt wurde, so sagt es: „Ich habe 2 Punkte mehr.“

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

→ Nennt das Kind die selbst gewürfelte Zahl, statt die Differenz der Zahlen zu bestimmen, dann weiter mit **AK3**, **AK4** und **AK5**.

Wie viel mehr/weniger?

TEST 14

Material: 2 Spielwürfel (Würfelbilder 1 bis 6)



Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Aufgaben.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Aufgabe vor und nennt das Ergebnis.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

1 2 18 19

Hinweise

- Aufgaben mit Summand oder Subtrahend 5 sollten über die „Kraft der 5“ gelöst werden.
- Nennt das Kind falsche Ergebnisse oder zählt es, dann weiter mit **AK 1** und **AK 2**.
- Wenn das Kind bei der Aufgabe $1 + 5$ nicht die Zahlen vertauscht, sondern von der 1 weiterzählt, dann weiter mit **AK 19** (Tauschaufgaben).
- Bei Problemen mit den Platzhalteraufgaben bitte weiter mit **AK 18**.

$$1 + 5 = \underline{\quad}$$

$$5 + 4 = \underline{\quad}$$

$$8 - 5 = \underline{\quad}$$

$$5 + \underline{\quad} = 8$$

$$\underline{\quad} + 2 = 7$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Aufgaben.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Aufgabe laut vor und nennt das Ergebnis.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

20

Hinweise

- Zählt das Kind vom Zehner ausgehend vorwärts bzw. rückwärts, dann weiter mit **AK20**.
- Wird die Aufgabe $10 - 7$ durch Rückwärtszählen gelöst, dann weiter mit **AK3**.
- Erkennt es die Rechenerleichterung durch die Tauschaufgabe bei der Aufgabe $1 + 10$ nicht, dann weiter mit **AK19**.

$$10 + 3$$

$$1 + 10$$

$$10 - 7$$

$$18 - 10$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Aufgaben.

Schülerfähigkeit

Das Kind nennt die richtigen Ergebnisse und nutzt dabei die „Kraft der 10“.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

21

Hinweise

→ Hat das Kind Probleme, im Zahlenraum bis 100 zu rechnen, dann sind zum Ableiten der Aufgaben (Analogiebildung) aus dem Zahlenbereich bis 20 die Arbeitskarten **AK22** und **AK23** förderlich.

Zum Beispiel:

20 + 3: $10 + 3 = 13$; $20 + 3 = 23$

40 - 7: $10 - 7 = 3$; $40 - 7 = 33$

$$20 + 3$$

$$6 + 30$$

$$78 - 8$$

$$40 - 7$$

Lehrkraft: „Verdopple die Zahl und sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Zahlen.

Schülerfähigkeit

Das Kind hat die Verdopplungen automatisiert und nennt die richtigen Ergebnisse.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Versteht das Kind die Fragestellung? Manchmal hilft eine andere Formulierung: „Was ist das Doppelte von?“
- Weiß das Kind nicht, was der Begriff „Verdoppeln“ bedeutet, kann folgende Erklärung helfen: „Nimm die Zahl zweimal!“ Eine ausführlichere Hilfestellung erfolgt nicht.
- Verdoppelt das Kind die Zahlen 6 und 8 über die Aufgaben $6 + 6$ bzw. $8 + 8$ mit der Teilschrittstrategie, sollten auch bei richtigen Lösungen die Verdopplungen auswendig gelernt werden.

3

6

8

Lehrkraft: „Verdopple die Zahl und sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Zahlen.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Zahl vor, verdoppelt die Zahlen stellenweise und addiert die Ergebnisse.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

10 17

Hinweise

- Nur einsetzen, wenn das Kind bis 20 verdoppeln kann.
- Entscheidend sind die Beschreibungen des Rechenweges durch das Kind. Denkt und rechnet es stellenwertgerecht?
- Hat es das Verdoppeln von Zahlen bis 10 automatisiert? Das ist wichtig beim Verdoppeln von z.B. 27.
- Erkennt es, dass beim Verdoppeln von 35 ein neuer Zehner entsteht?

20

35

42

27

Lehrkraft: „Halbiere die Zahl und sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Zahlen.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Zahl vor und nennt das Ergebnis.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

12 13 15

Hinweise

- Versteht das Kind die Fragestellung? Manchmal hilft eine andere Formulierung: „Was ist die Hälfte von ...?“
- Wenn das Kind bei der Zahl 14 stellenweise halbiert (14 ist die „Hälfte von 10“ plus der „Hälfte von 4“, also $5 + 2 = 7$), hat das Kind den Halbierungsvorgang verstanden, aber die Lösungen noch nicht automatisiert.
- **AK 15** thematisiert gerade/ungerade Zahlen: Nur gerade Zahlen lassen sich halbieren.

10

8

14

Lehrkraft: „Halbiere die Zahl und sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Zahlen.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Zahl vor, halbiert sie und nennt das Ergebnis.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

14 18

Hinweise

- Nur einsetzen, wenn das Kind bis 20 halbieren kann.
- Versteht das Kind die Fragestellung? Manchmal hilft eine andere Formulierung: „Was ist die Hälfte von ...?“

40

70

64

58

Lehrkraft: „Sage mir, wie du die Aufgaben rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen Aufgaben.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Aufgaben vor und nennt das richtige Ergebnis.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

11

Hinweise

→ Wenn das Kind z.B. bei der Aufgabe $30 + 20$ erklärt, $3 + 2$ sei 5 und nun müsse „nur noch die Null drangehängt werden“ (also Ergebnis 50), ist es wichtig, nach der Bedeutung der Stellen zu Fragen. Weiß das Kind hier nicht Bescheid, kann dies ein Hinweis auf ein unsicheres Stellenwertverständnis sein. Dann weiter mit **AK1**, **AK5** und **AK6**.

$$30 + 20$$

$$40 + 30$$

$$70 - 60$$

$$100 - 20$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du die Aufgaben rechnest.“

Lehrerhandlung

Die Lehrkraft zeigt dem Kind nacheinander die angegebenen (jeweils zwei) Aufgaben.

Schülerfähigkeit

Das Kind liest die Aufgaben vor und nennt das Ergebnis. Es nutzt dabei den Zusammenhang der Aufgaben $3 + 4$ und $13 + 4$ bzw. $2 + 7$ und $2 + 97$ zur Lösung.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

22 23

Hinweise

- Wenn das Kind nach erfolgreichem Lösen der Aufgabe $3 + 4$ bei der Aufgabe $13 + 4$ scheinbar vor einer ganz neuen (schweren) Aufgabe steht, kann ihm die Lehrkraft mit dem Hinweis „Sieh dir noch einmal die vorige Aufgabe an – fällt dir etwas auf?“ einen Tipp geben.
- Bei Schwierigkeiten mit den Zehner-Analogien bestehen wahrscheinlich auch Probleme mit den Stellenwerten, dann weiter mit **AK2** und **AK5**.
- Wenn die Aufgaben $2 + 7$ und $2 + 97$ nicht gelöst werden können, weil das Kind von der kleineren Zahl aus zählt, dann weiter mit **AK19**.

$$3 + 4$$

$$13 + 4$$

$$2 + 7$$

$$2 + 97$$

Kombinieren von Strategien: Verdoppeln und Halbieren +/- 1

TEST 24

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $7 + 6$.
- 2 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $15 - 7$.

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind löst die Aufgabe durch ...
 - Verdoppeln und 1 mehr: $6 + 6 + 1$
 - Verdoppeln und 1 weniger: $7 + 7 - 1$
- 2 Das Kind löst die Aufgabe durch ...
 - 1 weniger, halbieren und 1 addieren:
 $15 - 1 = 14$, $14 - 7 + 1 = 8$

1 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

1 2

2 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

2

Hinweise

- Zögert das Kind mit der Antwort, ist es wichtig, zu beobachten, wie es sich verhält. Zählt es vielleicht im Kopf (sichtbar u. U. durch Nicken mit dem Kopf)? In jedem Fall ist es wichtig, zu fragen, wie es die Aufgabe gerechnet hat.
- **AK9**, **AK10**, **AK19** und **AK20** enthalten weiterführende Spiele und Übungen, die das strategiegestützte Rechnen vertiefen.
- **AK7** und **AK6** üben die Strategie des „gegensinnigen Veränderns“. Sie stellt z. B. eine gute Alternative dar, wenn der Abstand zwischen beiden Summanden genau 2 beträgt (z. B. $6 + 8 = 7 + 7 = 14$).
- Eine Verwendung von **AK8** (Teilschrittverfahren) bei „nicht gekonnt“ ist eine mögliche Alternative zu **AK2**, die jedoch höhere Anforderungen an die Rechenfertigkeiten stellt.

Kombinieren von Strategien: Verdoppeln und Halbieren +/- 1

24

$$7 + 6$$

$$15 - 7$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Lehrerhandlung

- 1 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $5 + 8$.
- 2 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $12 - 5$.

Schülerfähigkeit

Das Kind löst die Aufgaben durch Anwendung der „Kraft der 5“.

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Zögert das Kind mit der Antwort, ist es wichtig, zu beobachten, wie es sich verhält. Zählt es vielleicht im Kopf (sichtbar u. U. durch Nicken mit dem Kopf)? In jedem Fall ist es wichtig, zu fragen, wie es die Aufgabe gerechnet hat.
- Löst das Kind die Aufgabe mit einer anderen Strategie (z.B. Zehnerzerlegung oder gegensinniges Verändern), so muss die empfohlene Arbeitskarte nicht bearbeitet werden.
- Eine Verwendung von **AK8** (Teilschrittverfahren) bei „nicht gekonnt“ ist eine mögliche Alternative zu **AK4**, die jedoch höhere Anforderungen an die Rechenfertigkeiten stellt.
- **AK9**, **AK10**, **AK19** und **AK20** enthalten weiterführende Spiele und Übungen, die das strategiebezogene Rechnen vertiefen.

$$5 + 8$$

$$12 - 5$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Aufgabe

- 1 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $6 + 9$.
- 2 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $7 + 11$.
- 3 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe $15 - 8$.

Schülerfähigkeit

Das Kind löst die Aufgaben durch Anwendung der „Kraft der 10“.

- $$6 + 10 - 1$$
- $$7 + 10 + 1$$
- $$15 - 10 + 2$$

Nicht gekonnt? Dann weiter mit ...



Hinweise

- Zögert das Kind mit der Antwort, ist es wichtig, zu beobachten, wie es sich verhält. Zählt es vielleicht im Kopf (sichtbar u. U. durch Nicken mit dem Kopf)? In jedem Fall ist es wichtig, zu fragen, wie es die Aufgabe gerechnet hat. Wird gezählt, dann weiter mit **AK 5** und **AK 6**.
- Löst das Kind die Aufgabe mit einer anderen Strategie (z.B. Teilschrittverfahren), so muss die empfohlene Arbeitskarte nicht bearbeitet werden.
- Eine Verwendung von **AK 8** (Teilschrittverfahren) bei „nicht gekonnt“ ist eine mögliche Alternative zu **AK 6**, die jedoch höhere Anforderungen an die Rechenfertigkeiten stellt.
- **AK 9**, **AK 10**, **AK 19** und **AK 20** enthalten weiterführende Spiele und Übungen, die das strategiebezogene Rechnen vertiefen.

$$6 + 9$$

$$7 + 11$$

$$15 - 8$$

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Aufgabe

- 1 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe:
 $27 + 8$
- 2 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe:
 $44 - 9$

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind löst die Aufgabe durch die Verwendung einer der folgenden Strategien: Kraft der 5, Kraft der 10, Teilschrittverfahren oder Verdoppeln ± 1 .
- 2 Das Kind löst die Aufgabe durch Verwendung einer der folgenden Strategien: Kraft der 10 oder dem Teilschrittverfahren.

1 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

11 12

2 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

13 14

Hinweise

- Das Kind wird aufgefordert, seinen Lösungsweg sprachlich zu begleiten und zu begründen.
- Wenn das Kind eine der genannten Strategien anwendet, gilt die Aufgabe als gelöst.

$$27 + 8$$

$$44 - 9$$

Kombinieren von Strategien: $55 + 38$ und $64 - 28$ TEST 28

Lehrkraft: „Sage mir, wie du rechnest.“

Aufgabe

- 1 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe:
 $55 + 38$
- 2 Die Lehrkraft zeigt die Aufgabe:
 $64 - 28$

Schülerfähigkeit

- 1 Das Kind löst die Aufgabe durch die Verwendung einer der folgenden Strategien: Kraft der 5, Teilschrittverfahren.
- 2 Das Kind löst die Aufgabe durch die Verwendung einer der folgenden Strategien: Kraft der 10, Teilschrittverfahren.

1 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

15

2 nicht gekonnt? Dann weiter mit ...

16

Hinweise

- Das Kind wird aufgefordert, seinen Lösungsweg sprachlich zu begleiten bzw. seine Überlegungen zu formulieren.
- Wenn das Kind eine der genannten Strategien anwendet, gilt die Aufgabe als gelöst.
- Wenn das Kind die Aufgaben durch stellenweises ($Z + Z$, $E + E$) oder schrittweises Rechnen löst, dann muss die empfohlene Karte nicht bearbeitet werden.

$$55 + 38$$

$$64 - 28$$

Plättchen zählen

1



Worum geht es?

„Zählen können“ beinhaltet nicht nur die Kenntnis der Abfolge der Zahlen. Es bedeutet auch, zu wissen, dass jedes Objekt nur einmal gezählt, dass keines ausgelassen werden darf (Eins-zu-Eins-Zuordnung) und dass die Anordnung der Objekte (z.B. Plättchen) nicht bestimmend ist für die Anzahl (Mengenkonstanz). Weiterhin geht es darum, zu erkennen, dass die zuletzt genannte Zahl die Gesamtmenge bestimmt.



Worauf ist zu achten?

Auch hier ist es für die Lehrkraft wichtig, zu erfahren, was das Kind beim Zählen über den Zählprozess denkt. Wenn die Kinder zu unterschiedlichen Zählergebnissen kommen, gibt es einen sinnvollen Anlass, nachzufragen und aufzuklären. Wenn Schwierigkeiten bei der Abfolge der Zahlen auftreten, dann weiter mit **AK2** bzw. **AK3**. Bei Problemen mit der Mengenkonstanz findet man Anregungen bei Gaidoschik (2007, S.22 ff). Grundsätzlich gilt, dass das Zählen im Förderunterricht immer wieder in verschiedenen Zusammenhängen vorkommen soll – auch unterstützt durch Zählspiele, wie sie in der Lerndokumentation Mathematik (Berlin, 2008) vorgestellt werden („Zählstrumpf“, „Vorhersage“, „Zahlenmemory“).



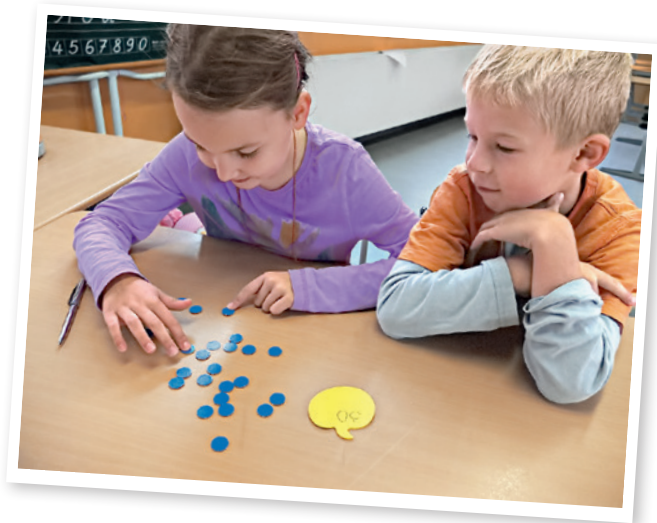
Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Es gibt verschiedene Handlungen, um den Zählprozess zu begleiten: Zuerst wird das gezählte Objekt zur Seite geschoben. Dabei wird die Zählzahl genannt. Später wird es beim lauten Zählen nur angetippt. Der nächste Schritt ist das laute Abzählen ohne weitere äußere Handlung. Das Verfolgen der Zählhandlung mit den Augen und die Nennung des Ergebnisses stellt schließlich die schwierigste Aufgabe dar.

Material: Wendeplättchen

Wie viele Plättchen
sind es?

- A** Die Lehrkraft legt eine Menge Plättchen (hier 23) auf den Tisch und fordert zunächst Kind A auf, die Anzahl der Plättchen zu bestimmen.
- B** Kind A zählt laut die Plättchenmenge (mit Berühren und Wegschieben) ab und nennt das Ergebnis. Kind B beobachtet den Zählvorgang und kontrolliert das Ergebnis anschließend durch erneutes Nachzählen.
- C** Gemeinsam wird dann besprochen, was beim Zählen zu beachten ist (vgl. „Worum geht es?“).



Zahlenkarten bis 20 ordnen

2



Worum geht es?

Hier geht es um Orientierung und Erlangung von Sicherheit in der Zahlenfolge bis 20. Weiterhin werden die Themen „Nachbarzahlen“ und „Analogien der Zahlenfolge“ im Aufbau unseres Zahlensystems bis 20 berührt.



Worauf ist zu achten?

Die gegebene Auslage (Zahlenkarten bis 10 nebeneinander und darunter Zahlenkarten bis 20) ermöglicht es den Kindern, sich an der Zehnerstruktur zu orientieren. Zunächst fordert die Lehrkraft die Kinder auf, die gegebene Anordnung zu beschreiben: „Was fällt euch auf?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Bei der Übung B ist es wichtig, dass nach dem Auffinden des richtigen Platzes für die Zahlenkarte die Frage gestellt wird: „Woher weißt du, dass die Zahl an diesen Platz gehört?“ Eine gute Überprüfung des Lernzuwachses besteht darin, dass die Kinder nach der Übung die vollständige Auslage – ohne Vorgabe einer Struktur und ohne Sicht – aufschreiben bzw. aufmalen können.

Zahlenkarten bis 20 ordnen

2

Material: Zahlenkarten bis 20

A Die Lehrkraft legt die Zahlenkarten bis 20 geordnet auf den Tisch. Kind B liest die Reihenfolge der Karten laut vor und zeigt dabei auf die entsprechenden Karten.

B Kind A hält sich nun die Augen zu und Kind B nimmt zwei Karten weg. Kind A muss jetzt die fehlenden Karten benennen und sie dann in die richtige Lücke einfügen. Dann erfolgt ein Rollentausch.

Was fällt euch auf?



Hier gehört die 13 hin.
Sie liegt unter der 3
und folgt auf die 12.

Zählen am Zahlenband bis 100

3



Worum geht es?

Die Kinder erkennen, dass es im Zehnersystem Regelmäßigkeiten gibt, die das Zählen bestimmen und erleichtern. Durch das Zerschneiden der Hundertertafel wird die Zehnerstruktur des Zahlenbandes unterstrichen. Auf dem Zahlenband können die Kinder die Lagebeziehungen der Zahlen bis 100 zueinander überprüfen. Dies hilft ihnen, Zahlen auf dem Rechenstrich zu lokalisieren (**AK10**, **AK11**).



Worauf ist zu achten?

Hier ist das Gespräch über wiederkehrende Zahlenmuster entscheidend. Es ist wichtig, dass die Kinder erkennen, dass sich die Abfolge der Einerzahlen nach je einem neuen Zehner wiederholt und dass sich die Zehnerzahlen (10, 20, 30 ...) systematisch verändern. Wenn dieses Zählprinzip verstanden ist, kann die Zahlenfolge weitergedacht werden, d.h. die Abfolge der Zahlen muss nicht als Ganzes gespeichert werden. Entsprechendes gilt für Übungen zum Rückwärtszählen. Die Übung eignet sich auch, um das richtige Lesen von Zahlen zu unterstützen: bei Zahlendrehern weiter mit **AK5**. Weiterführende Übungen zum Zählen von anderen Schrittfolgen (Zweier-, Fünfer-, Zehnerschritte) können anschließen **AK7** und **AK9**.



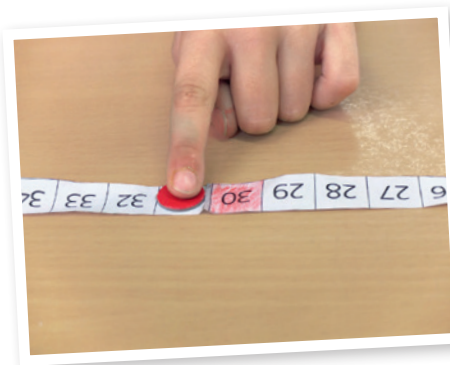
Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Abfolge der Aufgabenstellungen (A–D) erfordert von den Kindern eine schrittweise Verinnerlichung des Zahlenraumes bis 100: Zunächst wird in Aufgabe B weitergezählt, indem die Zahlen vorgelesen werden. In Aufgabe C wird die einzelne Zahl schon „gedacht“, da das wandernde Plättchen die Zahl jeweils verdeckt. In Aufgabe D muss die Zahlenfolge verinnerlicht sein, da „ohne Sicht“ gezählt wird. Das andere Kind kontrolliert durch das wandernde Plättchen. Natürlich kann immer auch nachgeschaut werden, wenn Kind A den Faden verloren hat. Wichtig ist dann jedoch die Reflexion: „Schau dir noch einmal die Zahlenfolge im letzten Zehner an. Was war hier gleich, was war anders?“

Material: Hundertertafel zum Zerschneiden, Wendeplättchen

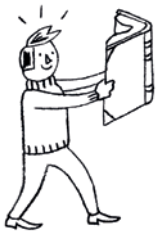
- A** Kind A und Kind B zerschneiden eine Hundertertafel in Streifen und kleben diese aneinander. Anschließend werden die Zehnerzahlen ausgemalt.
- B** Kind A zeigt auf eine beliebige Zahl, Kind B zählt weiter und zeigt dabei auf die nächsten Zahlen.
- C** Kind A nennt eine Zahl. Kind B belegt diese mit einem Wendeplättchen und lässt es vorwärts bzw. rückwärts weiterwandern, während es die Zahlenfolge laut mitzählt.
- D** Kind B zählt mit geschlossenen Augen von einer beliebigen Zahl aus laut weiter. Kind A lässt währenddessen das Plättchen weiterwandern. Bei Problemen wird wieder das Zahlenband zu Rate gezogen.

... 37, 38,
39, 40 ...



Nachbarzahlen am Zahlenband

4



Worum geht es?

Bei diesen Aufgaben geht es einerseits um die Entwicklung einer inneren Vorstellung eines Ausschnitts aus der Zahlenreihe, andererseits aber auch um das gute Verständnis und die richtige Verwendung der Begriffe Vorgänger und Nachfolger.



Worauf ist zu achten?

Beim Auffinden des Vorgängers muss das Kind rückwärts zählen. Hier ist es sinnvoll, auf wiederkehrende Muster der Zahlenreihe zu verweisen: 19, 20, 21 und 79, 80, 81. Der Zehnerübergang ist hier besonders zu berücksichtigen. Welche Zahl liegt „vor“ (Vorgänger) der 80? Es ist auch sinnvoll, den kardinalen Zusammenhang zu besprechen: Vorgänger bedeutet „eins weniger“, Nachfolger bedeutet „eins mehr“ (vgl. dazu **AK 1**).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

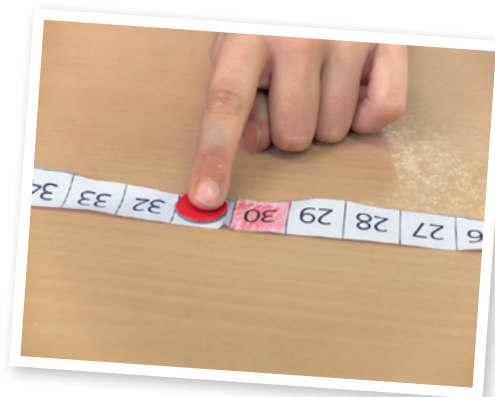
Wichtig ist hier der ständige Rückbezug auf das Zahlenband durch Zeigen und Sprechen. Wenn sich Sicherheit einstellt, erfolgen die Übungen „ohne Sicht“ auf das Zahlenband.

Material: Zahlenband bis 100, Wendeplättchen, Tabelle

- A** Kind A nennt eine Zahl zwischen 1 und 100. Kind B zeigt sie auf dem Zahlenband, belegt sie mit einem Plättchen und benennt Vorgänger und Nachfolger. Anschließend wird gewechselt.
- B** Kind B schreibt die Zahlenfolge in eine vorbereitete Tabelle. Anschließend werden die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ besprochen. Die Lehrkraft erklärt: „Die Zahl, die beim Zählen **vor** der 31 genannt wird, heißt 30. Die 30 ist der **„Vorgänger“** von der 31. Die Zahl, die **nach** der 31 genannt wird, nennt man den **„Nachfolger“**. Das ist die Zahl 32.“

Beispiel:

Vorgänger	Zahl	Nachfolger
30	31	32
68		
	70	
		100



- C** Die Lehrkraft trägt in die vorbereitete Tabelle Zahlen an beliebigen Stellen ein. Kind A und Kind B suchen nun die Zahlen am Zahlenband und bestimmen Vorgänger und Nachfolger (möglich sind auch zwei Vorgänger oder Nachfolger, wenn die Zahl ganz rechts bzw. links steht).
- D** Wenn die Aufgaben A bis C sicher beherrscht werden, nennt die Lehrkraft Zahlen bis 100 und die Schüler(innen) bestimmen ohne Sicht auf das Zahlenband Vorgänger und Nachfolger.

Nachbarzahlen finden (Spiel: „Die grüne 50“)

5



Worum geht es?

Bei diesem Spiel geht es um das Verständnis der Zahlenreihen in absteigender und aufsteigender Linie im Zahlenraum bis 100. Die Spielidee ist eine Erweiterung des Spiels „Elfer raus“ auf einen höheren Zahlenraum. Hier ist also das Vorwärts- und Rückwärtszählen vom Zehner (vgl. **AK3**) aus gefordert. Dies ist eine gute Übung im Rahmen des Lesens von Zahlen und des Auffindens von Nachbarzahlen. Die Anordnung bzw. das Muster unseres Zahlensystems wird beim Spielen und natürlich auch in der Gesamtauslage sichtbar.



Worauf ist zu achten?

Das Spiel bietet vielfältige Gelegenheiten zum Sprechen über die Zahlenfolge im gegebenen Zahlenraum. Zunächst einmal können die Zahlen beim Auslegen vorgelesen werden. Anschließend wird überlegt, welche Zahlen schon ausgelegt sind und welche Möglichkeiten zum Anlegen sich bieten („Ich habe die 47 – jetzt fehlt noch die 48 ...“ „Jetzt kann ich endlich die 65 und die 66 anlegen.“). Auch das nachträgliche Reflektieren kann das Lernen unterstützen: „Warum habe ich eigentlich noch so viele Karten übrig behalten?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

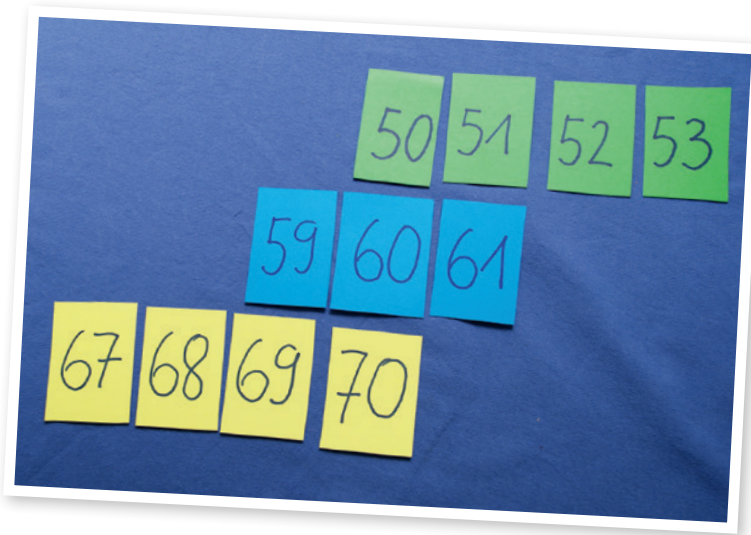
Die Spielhandlung setzt voraus, dass die Nachbarzahlen am Zahlenband schon erforscht worden sind. Natürlich kann das Zahlenband bei Schwierigkeiten zu Rate gezogen werden.

Nachbarzahlen finden (Spiel: „Die grüne 50“)

5

Material: Insgesamt 30 Spielkarten mit den Zahlen 45 bis 54 (grün), 55 bis 64 (blau), 65 bis 74 (gelb)

Beispiel:



Gespielt wird zu zweit oder zu dritt. Ziel des Spiels: Die Karten der Zahlenfolgen von 45 bis 54 (grün), 55 bis 64 (blau) und 65 bis 74 (gelb) sollen jeweils ausgehend von der grünen 50 angelegt werden. Die Zahlenkarten 50, 60 und 70 werden untereinander herausgelegt. Jedes Kind bekommt 5 Karten. Der Rest wird im Stapel verdeckt abgelegt. Nun kann jeder Spieler, der an der Reihe ist, so lange Karten in aufsteigender und absteigender Linie anlegen, wie es ihm möglich ist. Kann er nicht anlegen, nimmt er so lange Karten auf, bis er eine Karte anlegen kann. Gewonnen hat der Spieler, der als erster keine Karten mehr hat.

Zweierschritte am Rechenschiffchen

6



Worum geht es?

Die Sicherheit beim Zählen in Schritten ist eine wichtige Voraussetzung für das Verständnis der Struktur unseres Zahlensystems. Dabei stehen sich wiederholende Muster im Mittelpunkt: 2, 4, 6 ..., 12, 14, 16 ..., 22, 24, 26 ... Der Abstand zwischen den Zahlen bleibt dabei konstant. In dieser Arbeitskarte geht es zunächst um das Verstehen der Zweierfolge bis 20.



Worauf ist zu achten?

Zunächst erfolgt das Vorwärts- bzw. Rückwärtszählen in Zweierschritten mit Sicht auf die Zahlenreihe. Die Schiffchen werden mit den Zahlen nach oben positioniert. Startzahl ist die 2. Jede Zahl der Zweierfolge wird nun von den Kindern mit einem Plättchen belegt. „Wie heißen die Zahlen, die versteckt sind?“ „Wie kannst du sie dir merken?“ Hilfreicher Bezugspunkt ist dabei die Fünfer- bzw. Zehnerstruktur des Rechenschiffchens.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

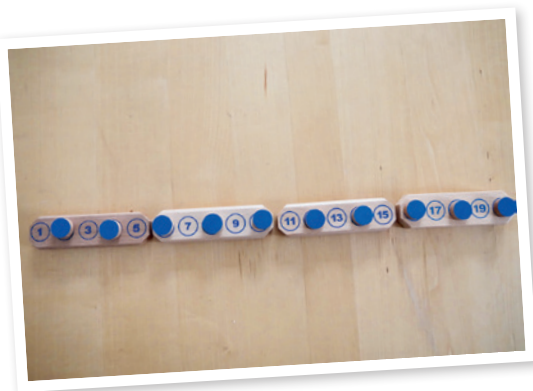
Im zweiten Schritt werden die Rechenschiffchen wieder umgekehrt hingelegt (vgl. Aufgabe B). Die Kinder hüpfen mit einem Plättchen zunächst von der Startzahl 2 aus weiter bis zur 20 und zurück und nennen dabei die Zahlenfolge. Wenn das gut beherrscht wird, kann mit der 1 als Startzahl begonnen werden. Damit werden alle ungeraden Zahlen genannt. Anschließend wird die Zweierreihe auswendig aufgesagt bzw. aufgeschrieben. Bei Problemen geht es wieder zurück zu den Rechenschiffchen. Auch ein Aufzeichnen der Rechenschiffchen informiert die Lehrkraft über das innere Bild der Zweierreihe des Kindes. Anschließend kann die Fortsetzung der Folge über 20 hinaus bearbeitet werden. Dies wird ggf. mit weiteren Rechenschiffchen begleitet.

Zweierschritte am Rechenschiffchen

6

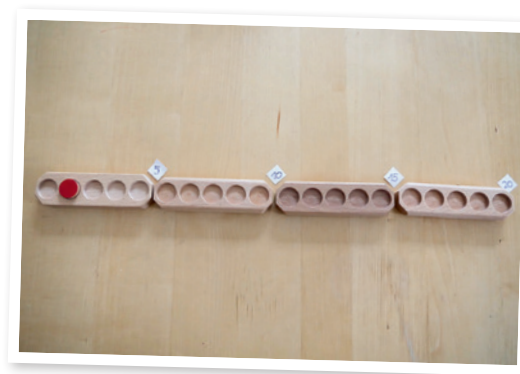
Material: Rechenschiffchen oder alternativ mit dem Zahlenband

A



Beginne mit der 2 und lege dann auf jede zweite Zahl ein Plättchen! Wie heißen die Zahlen?

B



Hüpfe mit dem Plättchen immer um 2 weiter und nenne die Zahlen!

Wie viele Würfel? In Zweierschritten zählen

7



Worum geht es?

Mit dieser Übung wird die Fähigkeit, in Schritten zu zählen – hier im Rahmen einer Würfelburg – trainiert und gesichert. Zunächst bauen die Kinder eine gegebene Würfelburg nach. Dies übt das räumliche Verständnis. Dann wird in Zweierschritten die Würfelmenge bestimmt und anschließend vom Partnerkind von einer anderen Stelle aus noch einmal gezählt. Anschließend werden andere Würfelgruppen gesehen und dann addiert.



Worauf ist zu achten?

Wenn das Kind Schwierigkeiten beim Abzählen in Zweierschritten hat (z.B. durch Doppelzählung oder Weglassen von Würfeln), kann die Burg auch zerlegt und die bereits erfassten „Mauerteile“ beiseitegeschoben werden. So können dann auch ähnliche Gebäudestrukturen besser wahrgenommen werden. Wichtig ist das laute Abzählen in Zweierschritten, damit die Lehrkraft oder das Partnerkind die Zahlenfolge kontrollieren und gegebenenfalls korrigieren kann.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Ist die Menge der Würfel bestimmt (hier z.B. 24), bietet es sich an, dass das Kind die Zahlenfolge der Zweierreihe notiert. Werden Zahlen ausgelassen oder falsche Zahlen genannt, sollte zunächst die Arbeit mit **AK3** anschließen (Zählen am Zahlenband in Zweierschritten). Natürlich kann die Würfelmenge zur Kontrolle in Zehnergruppen und übrige Einer geordnet werden, sodass die Anzahl auf einen Blick sichtbar ist.

Wie viele Würfel? In Zweierschritten zählen

7

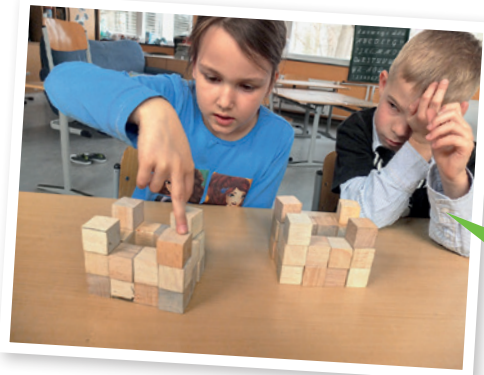
Material: 24 Holzwürfel

Seht euch die Würfelburg genau an, baut sie nach und sagt dabei, was euch auffällt!



In einer Reihe sind es immer 4 Würfel ...

Zählt nun die Würfel in Zweierschritten! Wie viele sind es insgesamt?



2, 4, 6, 8 ...

Zahlenfolgen in der Hundertertafel verstehen

8



Worum geht es?

In der Hundertertafel ist die Zahlenfolge bis 100 folgendermaßen strukturiert: Immer 10 Zahlen stehen in einer Reihe, die Zehnerzahl ist die letzte in der Reihe. Bei den Zahlen in einer Reihe verändern sich die Einer aufsteigend jeweils um 1, der Zehner bleibt gleich (21, 22, 23 ... 29). In den Spalten erhöhen sich die Zahlen immer um 10: also 1, 11, 21, 31 ... und auch 10, 20, 30 ... 100. Das Kind lernt durch die folgenden Übungen, das Muster unseres Zählsystems und Regelmäßigkeiten in der Zahlenabfolge zu verstehen.



Worauf ist zu achten?

Es ist wichtig, über Zahlenmuster in der Hundertertafel (z.B. alle Zahlen mit einer 1 im Einer stehen untereinander etc.) zu sprechen. Die Lehrkraft kann fragen: „Woher weißt du, dass an dieser Stelle die 25 verdeckt ist?“ „Welche Zahl steht unter der 97?“ „Woher weißt du das?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Durch das Abdecken von Zahlen mit Plättchen ist das Kind aufgefordert, sich die Zahlenfolge bewusst zu machen. Die Zahlen, die vorher mit Sicht vorgelesen wurden (nebeneinander oder untereinander), müssen nun in der Vorstellung „rekonstruiert“ werden. Wenn dies noch nicht gelingt, wird noch einmal nachgesehen. Auch ein anschließendes Aufschreiben der Zahlenfolge aus der Erinnerung ist sinnvoll.

Zahlenfolgen in der Hundertertafel verstehen

8

Material: Hundertertafel, Plättchen

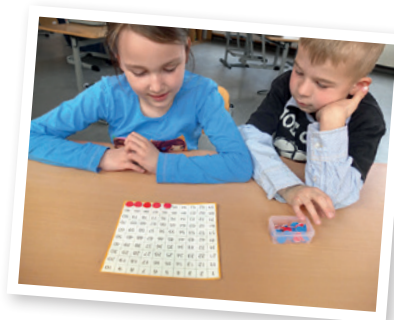
- A** Kind A zeigt auf eine Zahl in der ersten Spalte der Hundertertafel, Kind B liest die folgenden Zahlen in der Reihe laut vor.

41,
42,
43,
44
...



- B** Kind A verdeckt 5 beliebige aufeinanderfolgende Zahlen in einer Reihe oder in einer Spalte mit Plättchen. Kind B nennt die verdeckten Zahlen. Kind A kontrolliert.

96, 97, 98,
99, 100



- C** Kind A sucht Zahlen – nach Ansage von Kind B – in der Hundertertafel und liest sie vor.



96

Zählen in Schritten in der Hundertertafel

9



Worum geht es?

Das Zählen in Zweier-, Fünfer- oder Zehnerschritten ermöglicht den Schüler(inne)n jeweils eine besondere Strukturierung des Zahlenraumes: Sie entdecken Zahlenmuster (12, 17, 22 oder 61, 71, 81 ...). Dies wird durch die Arbeit mit der Hundertertafel optisch unterstrichen. Zusätzlich wird der Zehnerübergang durch die Hundertertafel besonders hervorgehoben.



Worauf ist zu achten?

Zu Beginn wird den Kindern Zeit zum Experimentieren gegeben. Anschließend können sie ihre Erfahrungen unter verschiedenen Fragestellungen reflektieren: „Was passiert, wenn ich in Zehnerschritten von einer geraden, bzw. ungeraden Zahl aus vor- oder rückwärts zähle?“ „Von welcher Zahl aus ist es leicht, in Zweierschritten weiterzuzählen, von welcher schwerer?“ Das Markieren der Zahlenfolgen in der Hundertertafel – durch Auflegen von Plättchen oder durch Ausmalen – veranschaulicht die Tätigkeit. Dieselbe Aufgabenstellung kann auch am Zahlenband bearbeitet werden. Die lineare Darstellung ermöglicht es, die Ausdehnung der Schritte deutlicher wahrzunehmen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nachdem die Kinder ausreichend Erfahrungen gesammelt haben, werden die Folgen aus dem Gedächtnis aufgeschrieben. Die Hundertertafel wird dann nur noch bei Bedarf zu Hilfe genommen.

Material: Hundertertafel

- A** Kind A zeigt auf eine Zahl der Hundertertafel und benennt die Schrittfolge: „Zähle in Fünferschritten!“ Kind B zählt von dieser Zahl aus laut in Schritten weiter. Es zeigt dabei jeweils auf die genannte Zahl. Dasselbe gilt für das rückwärts Zählen. Die Kinder wechseln sich bei dieser Aufgabe ab.
- B** Die Kinder schreiben Zahlenfolgen mit selbst ausgewählter Startzahl und Schrittfolge auswendig auf – bei Bedarf mit Rückversicherung durch einen Blick auf die Hundertertafel.



Ausgewählte Zahlenkarten bis 20 auf dem Rechenstrich ordnen

10



Worum geht es?

Auf dem Rechenstrich werden ausgewählte Zahlenkarten bis 20 geordnet. Die Lage wird nur ungefähr eingeschätzt, da es keine vorgegebene Einteilung als strukturelle Hilfe gibt. Dafür ist es wichtig, die Abstände abschätzen zu können (in Verhältnissen zu denken). Dies fällt Kindern mit Rechenschwierigkeiten oft schwer. Die Abstände variieren entsprechend der Länge des Rechenstrichs. An der Fähigkeit, den passenden Ort zu finden, wird sichtbar, ob das Kind mit den Zahlen auch die entsprechenden Zahlbeziehungen (Längenvorstellungen) verbindet.



Worauf ist zu achten?

Wichtig sind die Gespräche über einen passenden Ort für die Zahlen: „Kann es stimmen, dass die Zahlenkarte 5 kurz vor der 20 liegt? Warum nicht?“ „Welche Zahlen gehören noch dazwischen?“ „Wie kann man sich das Auffinden erleichtern?“ Die Zahlenkarten ermöglichen ein individuelles Experimentieren des Kindes. Eine Verlängerung des Rechenstrichs, auch mit veränderten Zahlenkarten, erhöht die Schwierigkeit. Bei Problemen mit dem Zahlverständnis hilft es, das Zahlenband zu Hilfe zu nehmen, um dort Abstände und Zahlbeziehungen zu verstehen (vgl. **AK3**).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die vollständige Zahlenreihe steht in dieser Aufgabe nicht zur Verfügung (vgl. **AK2**). Sichtbar sind nur die Zahlen 0 und 20. Die Kinder gehen von ihren Erfahrungen am Zahlenband aus (vgl. **AK3**) und reflektieren die gewählten Abstände zwischen den Zahlen am Rechenstrich. Bei Schwierigkeiten wird zunächst mit der Hälfte (10) begonnen, um dann von dort aus die Abstände besser einschätzen zu können.

Ausgewählte Zahlenkarten bis 20 auf dem Rechenstrich ordnen

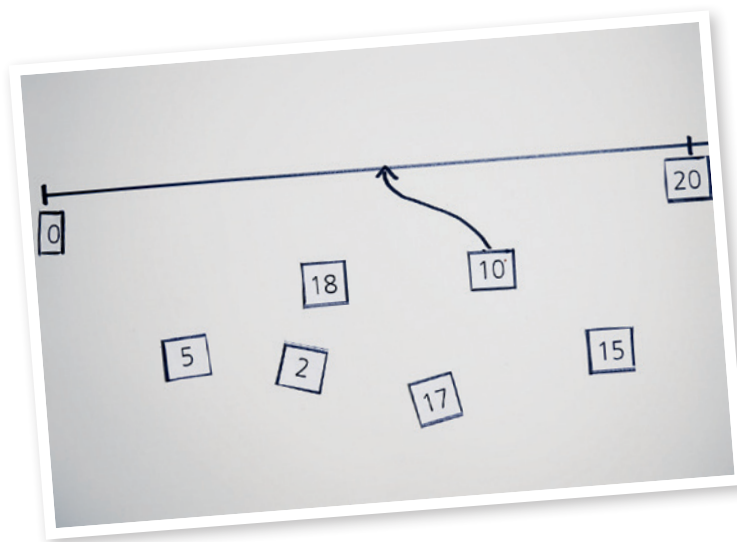
10

Material: Auswahl von Zahlenkarten bis 20

Die Lehrkraft gibt den Kindern eine kleine Auswahl von Zahlenkarten.

Hier z. B. 2, 5, 10, 15, 17, 18

Überlegt, wo diese Zahlenkarten auf dem Rechenstrich hingehören!



Die 10 liegt genau in der Mitte von 0 und 20.

Die 18 liegt nahe an der 20.

Ausgewählte Zahlenkarten bis 100 auf dem Rechenstrich ordnen

11



Worum geht es?

Auf dem Rechenstrich werden ausgewählte Zahlenkarten bis 100 geordnet. Dabei wird die Lage nur ungefähr eingeschätzt, da es keine vorgegebene Einteilung als strukturelle Hilfe gibt. Dafür ist es wichtig, die Abstände abschätzen zu können (in Verhältnissen zu denken). Dies fällt Kindern mit Rechenschwierigkeiten oft schwer. Die Abstände variieren entsprechend der Länge des Rechenstrichs. An der Fähigkeit, den passenden Ort zu finden, wird sichtbar, ob das Kind mit den Zahlen auch die entsprechenden Zahlbeziehungen (Längenvorstellungen) verbindet.



Worauf ist zu achten?

Wichtig sind die Gespräche über einen passenden Ort für die Zahlen, z. B.: „Kann es stimmen, dass die 60 kurz vor der 100 liegt?“ „Warum nicht?“ „Welche Zahlen gehören noch dazwischen?“ „Wie kann man sich das Auffinden erleichtern?“

An der Magnettafel lassen sich alle Zahlenkarten leicht versetzen. Auch die Arbeit mit veränderten Zahlenkarten ist möglich. Bei Problemen mit dem Zahlverständnis hilft es, das Zahlenband zu Rate zu ziehen und dort den Ort für die entsprechenden Zahlen zu suchen (vgl. **AK3**).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Diese Übung setzt schon ein höherem Abstraktionsniveau voraus. Die Kinder gehen von ihren Erfahrungen am Zahlenband aus (vgl. **AK3**). Bei Schwierigkeiten wird zunächst mit der Hälfte (50) begonnen, um dann von dort aus die Abstände besser einschätzen zu können.

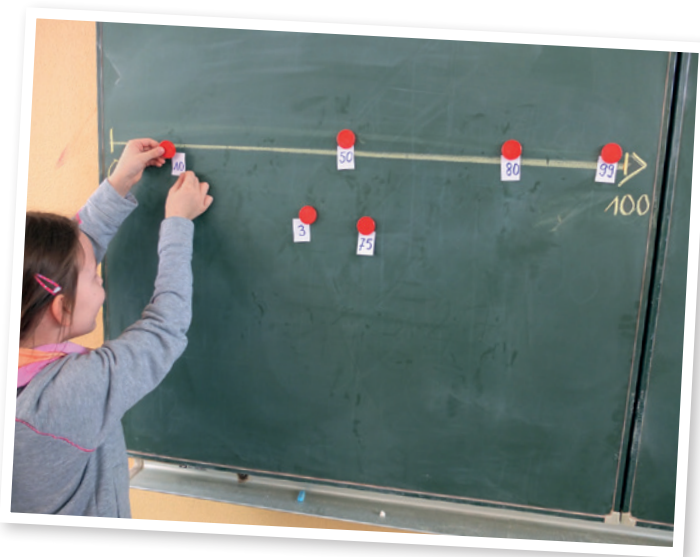
Ausgewählte Zahlenkarten bis 100 auf dem Rechenstrich ordnen

11

Material: Magnete, Auswahl verschiedener Zahlenkarten (z.B. 3, 10, 50, 75, 80, 99)

Zuerst werden die Zahlen 0 und 100 von der Lehrkraft unter den Rechenstrich an die Magnettafel geschrieben.

Nun suchen die Kinder abwechselnd die Plätze für die Zahlenkarten. Korrekturen der Plätze durch die Partner sind erwünscht. Die gleiche Übung kann zu einem späteren Zeitpunkt mit einem längeren/kürzeren Rechenstrich und/oder anderen Zahlen durchgeführt werden.



Die 10 ist nicht genau in der Mitte von 0 und 50. Sie liegt näher an der 0.



Worum geht es?

In dieser Arbeitskarte erarbeiten jeweils zwei Kinder durch fortgesetztes Bündeln eine gegebene Würfelmenge (hier 53).

Die Aufgabenstellung richtet sich dabei an beide Kinder: „Findet heraus, wie viele Würfel auf dem Tisch liegen!“ Wenn die Kinder unterschiedliche Formen der Bündelung finden, dann gilt es im Anschluss, diese zu besprechen und geschickt zusammenzufassen.



Worauf ist zu achten?

Zunächst gibt die Lehrkraft keine Hinweise auf die Zehnerbündelung. Die Kinder merken früh, dass Zählen zu unsicheren Ergebnissen führt, weil man sich – wenn nicht Gruppen gebildet werden – leicht verzählt. Es bleibt abzuwarten, welche Ordnung die Kinder selbst finden und wie sie damit umgehen. Ein Gespräch über Ordnungsmöglichkeiten informiert die Lehrkraft über die Gedanken der Schüler(innen) und hilft, gemeinsam neue Strukturen zu entdecken.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Kinder sollen die Zehnerbündelung als ein hilfreiches Instrument für die Mengenbestimmung verstehen und nutzen. Sie erlangen damit das Grundverständnis über unser Stellenwertsystem und die Zahlenschreibweise.

„Wie viele Zehner habt ihr, wie viele Einer bleiben noch übrig? Wie heißt dann die Zahl?“ Die inverse Übung ist auch sinnvoll: „Lege 45 Würfel so hin, dass man auf einen Blick erkennen kann, wie viele es sind.“

Material: 100 Holzwürfel

A Die Lehrkraft legt eine Menge Holzwürfel aus und fordert die Kinder auf, zu schätzen, wie viele es insgesamt sind. Jedes Kind schreibt seine Schätzzahl auf (vgl. dazu **AK4**).

Ich schätze, dass es 59 sind.



Ich schätze es sind 36 Würfel.

B Die Kinder zählen oder beginnen, eine eigene Ordnung herzustellen. Führt diese nicht dazu, dass die Zahl ermittelt werden kann, informiert die Lehrkraft über die Zehnerbündelung.

C Die Kinder fassen immer 10 Würfel zu „einem Zehner“ zusammen und ordnen die Auslage so übersichtlich, sodass man auf einen Blick sehen kann, wie viele es sind.

D Die Kinder benennen die Anzahl, schreiben die ermittelte Zahl auf und vergleichen ihre Schätzzahl mit der durch Bündelung ermittelten Zahl.

Es sind 53 Würfel:
5 Zehner und
3 Einer!



59 ist näher an der 53 als 36!

Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (1)

2



Worum geht es?

Hier geht es um die Einsicht in das Stellenwertsystem mit Hilfe von Mehrsystemblöcken: 10 Einerwürfel ergeben zusammengefasst eine Zehnerstange. 10 Zehnerstangen ergeben zusammengefasst eine Hunderterplatte.



Worauf ist zu achten?

Zu Beginn werden eine Hunderterplatte mit Zehnerstangen und eine Zehnerstange mit Einerwürfeln ausgelegt, damit die Beziehung zwischen den Stellenwerten deutlich wird (vgl. auch **AK 1**). In dieser Übung wählt ein Kind eine Zahl bis 100 und schreibt sie auf. Das Partnerkind legt die Würfelmenge. Wichtig ist die anschließende sprachliche Durchdringung der Tätigkeit: „Warum hast du diese Teile ausgewählt, was haben sie mit der Zahl zu tun?“ Auch das umgekehrte Vorgehen ist sinnvoll: Kind A legt mit den Mehrsystemblöcken eine Zahl und Kind B benennt und notiert sie.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Beschreibung der Auslage anhand einer nur gesprochenen Zahl erfordert vom Kind ein Verständnis unserer Zahlensprechweise: Der Zehner wird am Schluss der gesprochenen Zahl genannt, aber am Anfang der Zahl aufgeschrieben. Wenn hier Probleme auftauchen, dann weiter mit **AK 4**.

Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (1)

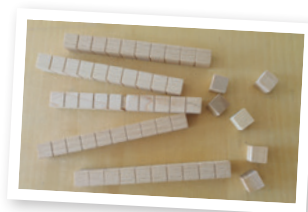
2

Material: Mehrsystemblöcke

- A** Kind A nennt eine Zahl bis 100 und schreibt sie verdeckt auf. Kind B legt die entsprechenden Einerwürfel und Zehnerstangen aus. Gemeinsam wird die gelegte Menge überprüft. Danach nennt Kind B eine Zahl.

56

Ich lege 5 Zehnerstangen und 6 Einerwürfel.



- B** Kind B legt eine Zahl bis 100 mit Material und Kind A sagt die entsprechende Zahl.

Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (2)

3



Worum geht es?

Hier geht es um die tiefere Einsicht in den Stellenwertgedanken. Wenn 1 Zehner und 13 Einer gegeben sind, wie heißt dann die Zahl? Es muss weiter gebündelt werden, um die Anzahl (hier 23) zu ermitteln.



Worauf ist zu achten?

Die Lehrkraft fragt zunächst: „Wie viele Einerwürfel und wie viele Zehnerstangen siehst du?“

Kind A zählt die Zehnerstangen und die Einerwürfel. 10 Einerwürfel werden in eine weitere Zehnerstange eingetauscht (gebündelt). Die Zehner und Einer werden jetzt in die Stellentafel eingetragen und die Zahl wird vorgelesen.

Wenn das Kind diese Aufgabe durch Weiterzählen vom Zehner aus löst (10, 11, ... 23) wird die Zehnerstruktur nicht erkannt. Es müssen Übungen zur Bündelung erfolgen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Hier ist das Gespräch wichtig! Die Erkenntnis, dass ein Bündeln des Materials notwendig ist, wird mit dem Nennen und Notieren der Zahl verbunden. Die Lösung der Aufgabe kann auch im Kopf erfolgen, z.B.: „Die Menge hat 2 Zehner und 25 Einer. Wie heißt die Zahl?“

Eine weitere Möglichkeit ist die Aufgabenstellung durch eine bildliche Darstellung der Zehner und Einer.

Zahldarstellung mit Mehrsystemblöcken (2)

3

Material: Mehrsystemblöcke und Stellentafel

Die Lehrkraft legt eine Menge von Zehnerstangen und Einerwürfeln aus.

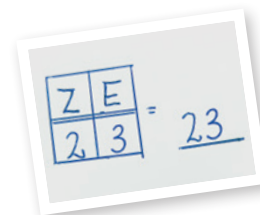
A Kind A bestimmt die Menge der Zehnerstangen und anschließend die Menge der Einerwürfel.



Es sind 1 Zehner
und 13 Einer!

?

B Kind B bündelt die Einerwürfel und tauscht sie in Zehnerstangen um. Es schreibt die ermittelten „Bündel“ in eine Stellenwerttafel und benennt die Zahl.



Ich habe 10 Einerwürfel in eine
Zehnerstange eingetauscht.
Dadurch habe ich jetzt 2 Zehner
und 3 Einer. Die Zahl heißt 23.

Zahlen hören und schreiben bis 100

4



Worum geht es?

Die deutsche Zahlenschreibweise folgt nicht genau der Sprechweise. Bei einer Zehner-Einerzahl (z.B. 56) wird der Zehner zuletzt genannt. Wird die Zahl notiert, muss zuerst die Zehnerzahl aufgeschrieben werden. Deswegen ist es wichtig, darauf hinzuweisen, dass erst mit dem Schreiben begonnen wird, nachdem die ganze Zahl gehört wurde, und dass die Zahl von links nach rechts geschrieben wird.



Worauf ist zu achten?

Durch das genaue Hinhören und Nachsprechen soll die Wortbedeutung besser wahrnehmbar werden. Manchmal hilft auch Folgendes: Beim Aussprechen der Zehnerzahl wird geklatscht. Diese Zahl muss dann zuerst geschrieben werden. Sinnvoll für das Verständnis ist die anschließende Darstellung der gesprochenen Zahl durch das Zahlenbild und ihre Notation in der Stellenwerttafel.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn das Kind Schwierigkeiten mit der Vorstellung der Menge der gegebenen Zahl hat, wird noch einmal auf die Handlungsebene zurückgegriffen, dazu bitte **AK2** verwenden.

Natürlich kann die Übung auch in der umgekehrten Richtung durchgeführt werden: Eine Menge wird mit Material gezeigt, die Zahl wird benannt und (in einer Stellenwerttafel) notiert.

Material: Mehrsystemblöcke und Stellenwerttafel

Die Lehrkraft legt eine Menge von Zehnerstangen und Einerwürfeln aus.

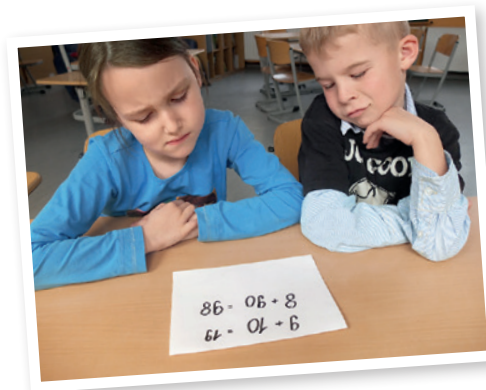
- A** Kind A wählt eine Zahl und spricht diese deutlich vor:
„Achtundneunzig.“

Kind B beschreibt, welche Zahlen das Wort enthält,
spricht die Zahl nach und betont dabei die gehörten
Wortteile.

- B** Die Lehrkraft erklärt die Schreibweise der Acht-und-neunzig:
„Der Zehner wird zuerst aufgeschrieben, obwohl du ihn
erst am Ende des Zahlwortes hörst!“

Kind B schreibt das Gehörte auf: $8 + 90 = 98$

- C** Die Zahl wird nun in eine Stellenwerttafel eingetragen
und mit den Mehrsystemblöcken gelegt.



Kraft der 10 (Spiel: „Zehner-Einer-Quiz“)

5



Worum geht es?

Eine Zahl bis 100 wird von einem Kind durch die Anzahl ihrer Zehner und Einer beschrieben und von dem anderen Kind als ganze Zahl genannt. Da dies ohne Material erfolgt, müssen sich die Kinder die Zerlegung als inneres Bild vorstellen.



Worauf ist zu achten?

Die Übung geht von der Beschreibung der Zehner und Einer aus: „Ich denke an eine Zahl. Sie hat 3 Zehner und 5 Einer!“ Die Umkehrung der Übung ist aber auch möglich: „Meine Zahl heißt 35!“ Hier muss das Partnerkind die Anzahl der Zehner und Einer bestimmen: „Deine Zahl hat 3 Zehner und 5 Einer.“ Ein Aufschreiben der Zahl schließt an.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Kinder führen die auf abstraktem Niveau angesiedelte Aufgabe mit ihren Bündelungserfahrungen aus **AK1** und **AK2** aus. Bei Schwierigkeiten legt das Kind die Zahl noch einmal mit den Mehrsystemblöcken und zerlegt sie dann in Zehner und Einer.

Kraft der 10 (Spiel: „Zehner-Einer-Quiz“)

5

Kind A denkt sich eine Zahl aus und beschreibt sie durch ihre Zerlegung in Zehner und Einer.
Kind B muss die Zahl herausfinden. Umgekehrt sagt ein Kind eine Zahl, der Partner muss diese in Zehner und Einer zerlegen.

35

Ich denke mir eine Zahl,
die hat 3 Zehner und
5 Einer.



3 Z?



5 E?



Zahlen in die Hundertertafel schreiben

6



Worum geht es?

Bei dieser Übung steht die Ausbildung eines inneren Bildes der Struktur der Hundertertafel im Mittelpunkt. Wie ist diese genau aufgebaut? Das Wissen um die Muster in der Hundertertafel ist ein wichtiger Schritt zur Überwindung des zählenden Rechnens (vgl. dazu auch **AK8**). Als Hilfestellung sind einige Zahlen in der Hundertertafel vorgegeben.



Worauf ist zu achten?

Es ist wichtig, dass das Kind Auskunft darüber gibt, auf welchem Weg es den richtigen Platz für die gegebene Zahl sucht. Guckt es auf den vorhergehenden Zehner? Denkt es schon rückwärts (z.B. bei der 99)? Orientiert es sich an der oberen Reihe (also auf die sich in jeder Spalte wiederholenden Einer)? Bei Schwierigkeiten wird die ausgefüllte Hundertertafel zu Rate gezogen und begründend eine Strategie gesucht.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Das Verstehen und Formulieren von geschickten Suchprozessen ist hier entscheidend. Die Struktur der Hundertertafel wird durch das Reflektieren der Denkwege beim Suchen immer mehr verinnerlicht, bis ein inneres Bild der Hundertertafel entsteht. Zur Kontrolle kann das Kind aufgefordert werden, die Hundertertafel aus dem Gedächtnis – ohne Vorgabe der Struktur durch die Lehrkraft – aufzuzeichnen.

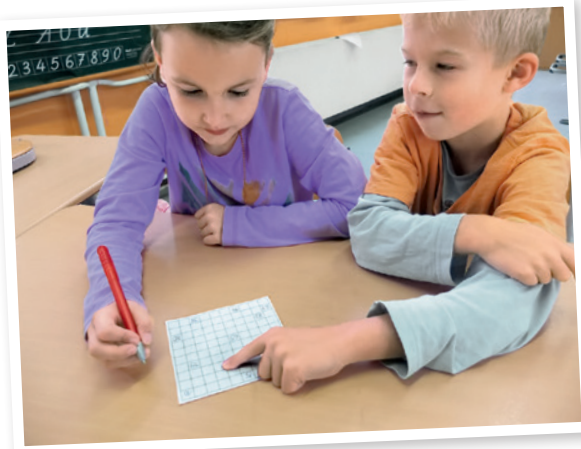
Zahlen in die Hundertertafel schreiben

6

Material: 1 Hundertertafel (ausgefüllt) und 1 Hundertertafel (nur teilweise ausgefüllt)

- A** Die Lehrkraft präsentiert eine vollständig ausgefüllte Hundertertafel. Sie fordert die Kinder auf, zu beschreiben, wie die Zahlen angeordnet sind: „Welche Zahlenmuster entdeckt ihr?“ Die Kinder beschreiben z.B., dass ganz rechts immer die Zehnerzahlen zu finden sind usw.
- B** Die Lehrkraft zeigt eine nur teilweise ausgefüllte Hundertertafel. Kind A zeigt auf ein leeres Feld. Kind B sagt, wie die fehlende Zahl heißt, trägt sie ein und beschreibt, was es sich dabei gedacht hat. Dann erfolgt ein Wechsel.

Die Zahl, die fehlt, heißt 27.
Sie steht genau unter der 7
und der 17.



Zerlegung der Zahlen von 2 bis 9

1



Worum geht es?

Das Verständnis und die Speicherung aller Zerlegungen der Mengen zwischen 2 und 9 stellt eine wichtige Voraussetzung für den Erwerb nicht zählender Rechenstrategien dar (vgl. **AK 1–8**). Gegebene Mengen werden in zwei Teilmengen zerlegt, dabei wird nichts weggenommen und es kommt auch nichts dazu. Lediglich die Zerlegungszahlen verändern sich gegenseitig.



Worauf ist zu achten?

Die Kinder suchen mit Hilfe der Wendeplättchen mögliche Zerlegungszahlen (vgl. Aufgabe A) und notieren sie anschließend in einer Tabelle. Dabei machen sie die Erfahrung, dass Zerlegungen der gleichen Menge dadurch gefunden werden können, dass eine der Teilmengen um eins erhöht und die andere Teilmenge um eins vermindert wird („Gegensinniges Verändern“, vgl. **AK 6**). Eine gute Möglichkeit, das Muster deutlich zu machen, ist es, anschließend alle gefundenen Zerlegungen in Tabellenform geordnet aufzuschreiben (vgl. Aufgabe B).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Bei dieser Aufgabe ist das Reflektieren der Handlung wichtig. Folgende Fragen sind dabei hilfreich: „Wie lassen sich neue Zerlegungen finden? Habt ihr alle Zerlegungen gefunden? Was fällt euch noch auf?“ Eine Verinnerlichung der unterschiedlichen Zerlegungen erfolgt über das Verstehen des entstehenden Musters in sich wiederholenden Übungen.

Zerlegung der Zahlen von 2 bis 9

1

Material: Wendeplättchen, eventuell Tabellenvordruck

- A** Die Kinder nehmen eine bestimmte Anzahl von Plättchen, z.B. 6 Plättchen, und teilen diese abwechselnd in 2 Teilmengen auf (rot und blau). Dabei notieren sie die Zerlegungszahlen in Tabellenform.

6		
2	4	2 red, 4 blue
5	1	5 red, 1 blue
6	0	6 red, 0 blue
1	5	1 red, 5 blue
4	2	4 red, 2 blue
3	3	3 red, 3 blue
0	6	0 red, 6 blue

6		
6	0	6 red, 0 blue
5	1	5 red, 1 blue
4	2	4 red, 2 blue
3	3	3 red, 3 blue
2	4	2 red, 4 blue
1	5	1 red, 5 blue
0	6	0 red, 6 blue

Du hast 6 Plättchen aufgeteilt in 4 blaue und 2 rote.



- B** Anschließend werden die Zerlegungen in einer Tabelle noch einmal geordnet aufgeschrieben.

Zerlegung der Zahlen 2 bis 9 am Rechenschiffchen

2



Worum geht es?

Zerlegungsübungen im Rechenschiffchen haben den Vorteil, dass die Fünfer- und Zehnerstruktur der Menge als Bezugspunkte sichtbar sind: 8 Plättchen lassen sich zerlegen in 5 (ein Schiffchen) und noch 3 einzelne Plättchen. Diese Zerlegungen sind den Kindern schon durch den „Fingerblitz“ aus **AK 1** bekannt.



Worauf ist zu achten?

Die Lehrkraft zerlegt die Menge von 8 Rechenplättchen mit einem Stift. Die Zerlegungen werden vom Kind beschrieben (z.B. 5 und 3, 4 und 4, 3 und 5, 2 und 6, ...). Nach einigen Übungen übernimmt Kind A das Legen des Stiftes. Kind B nennt die Zerlegung und protokolliert sie.

Dabei wird zur Notation das Zeichen „/ \“ verwendet. Interessant sind weitere Fragen wie: „Wie viele Zerlegungen gibt es insgesamt?“ oder: „Hast du alle Zerlegungen gefunden?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

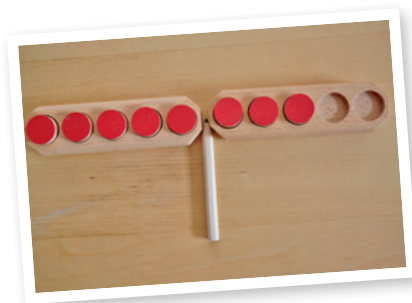
Sind genügend Erfahrungen gemacht worden, so wird das Rechenschiffchen zugedeckt: „Stell dir vor, du legst 7 Plättchen ins Rechenschiffchen! Welche Zerlegungen findest du?“

Zerlegung der Zahlen 2 bis 9 am Rechenschiffchen

2

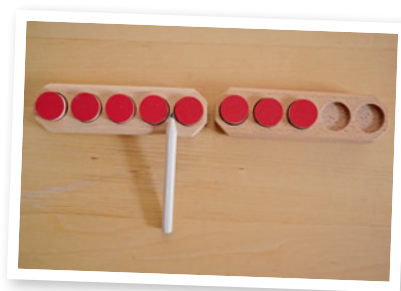
Material: Rechenschiffchen

Wie viele Plättchen siehst du?

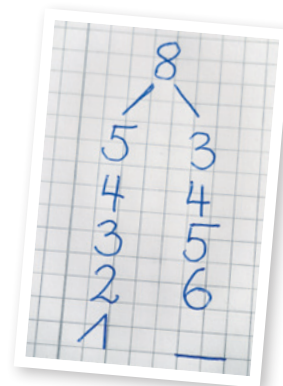


Es sind insgesamt
8 Plättchen:
5 und 3

Wie viele Plättchen
liegen links und
wie viele rechts vom
Stift?



Es sind immer
noch 8 Plättchen:
4 und 4



Alle Zerlegungen der 10

3



Worum geht es?

Das Zurückgreifen auf die Fingerbilder unterstützt die Kinder dabei, das Rechnen mit Mengenvorstellungen zu verknüpfen. Alle Zahlen werden dadurch in ihrer Beziehung zu 5 (eine Hand) und 10 (2 Hände) verstanden: 9 ist ein Finger weniger als 2 Hände; 7 sind zwei Finger mehr als eine Hand. Ein Auswendiglernen der Zerlegungen ist erst sinnvoll, wenn diese Beziehungen verstanden worden sind. Hierbei sind Ableitungen von bekannten Zerlegungen auf noch unbekannte wichtig.



Worauf ist zu achten?

Die Leserichtung erfolgt von links nach rechts. Dies muss dem Kind mitgeteilt werden. Es sind wiederholte Übungen mit Blick auf die 10 Finger notwendig, damit sich aus den gesehenen Zerlegungen innere Bilder entwickeln können. Letztlich stellt diese Übung auch eine Grundlage für das Verstehen von Addition bzw. Subtraktion dar: Wenn ein Kind sich die Zahl 8 als alle Finger einer Hand und noch 3 Finger vorstellt, wird es die Aufgabe $8 - 5 = 3$ leicht rechnen können.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Ein sinnvoller Impuls für die Zerlegung im Kopf ist: „Stell dir jetzt deine Hände und den Stift vor. Wie viele Finger denkst du dir links und rechts vom Stift?“ Die Lehrkraft beobachtet dabei, ob das Kind bei verdeckten Händen wieder zählt (auf Finger- und Mundbewegungen achten). Ist dies der Fall, wird wieder zur ersten Übung gewechselt. Wenn die Handlung verinnerlicht ist – das Kind also die Zerlegungszahlen zügig nennen kann –, bieten sich das systematische Aufschreiben der Zerlegungen und das Gespräch über die Veränderungen der Zahlen an. Wenn dies geschehen ist, werden alle Zerlegungen auswendig gelernt.

Alle Zerlegungen der 10

3

Material: Stift und Tuch

Die Kinder sitzen nebeneinander.

- A** Kind A legt einen Stift zwischen zwei Finger von Kind B.
Kind B nennt die Anzahl seiner Finger zunächst links und dann rechts vom Stift.

Wie viele Finger
siehst du links und
rechts vom Stift?



8 und 2

- B** Jetzt werden die Hände mit einem Tuch zugedeckt: Kind B hat nun keine Sicht mehr auf seine Finger. Kind A nennt eine Zahl bis 10. Kind B stellt sich seine 10 Finger und die Zerlegungshandlung vor und benennt die Zerlegungszahlen.

4 und...



4 und 6!

Alle Zerlegungen der 20

4



Worum geht es?

Das Zurückgreifen auf die Fingerbilder unterstützt die Kinder dabei, das Rechnen mit Mengenvorstellungen zu verknüpfen.

Ist das Zerlegen der 10 gesichert (vgl. **AK3**), so kann sich die Zerlegung der 20 anschließen. Hier steht die Fünfer- und Zehner-Gliederung des Zahlenraums bis 20 im Mittelpunkt.



Worauf ist zu achten?

Die Leserichtung erfolgt von links nach rechts. Dies muss dem Kind mitgeteilt werden. Es sind viele Übungen nötig, damit die gesehene Zerlegung und die Denkstruktur „Ergänzen bis zum Zehner und dann noch 10 dazu“ verstanden werden. Erst dann kann sich ein flexibles inneres Bild entwickeln. Auch hier muss nachgefragt werden: „Was hast du gerechnet?“ Anschließend erfolgt ein systematisches Aufschreiben aller Zerlegungen: $1 + 19 = 20$, $2 + 18 = 20$, $3 + \dots$ (vgl. **AK9**). Untereinander notiert ergibt die Aufgabenfolge ein „schönes Päckchen“ (vgl. Wittmann, Müller, Zahlenbuch 1). Dadurch werden Zahlbeziehungen, die durch das gegenseinnige Verändern entstehen, deutlich gemacht.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Ein sinnvoller Impuls für die Zerlegung im Kopf ist: „Stell dir jetzt deine Hände und den Stift vor.“

Die Lehrkraft beobachtet, ob das Kind bei verdeckten Händen wieder zählt (auf Fingerbewegungen achten). Ist dies der Fall, wird wieder zur ersten Übung gewechselt.

Alle Zerlegungen der 20

4

Material: Stift und Tuch

- A** Die Lehrkraft legt einen Stift zwischen zwei Finger von Kind B.

Wie viele Finger siehst du links und rechts vom Stift?

Kind B nennt die Anzahl der Finger zunächst links und dann rechts vom Stift.

- B** Jetzt werden die Hände mit einem Tuch zugedeckt. Die Kinder haben nun keine Sicht mehr auf mehr die Hände.

Stell dir die Hände und den Stift vor. Ich sage dir eine Zahl: 8. Du sagst mir, wie viele Finger du dir noch dazu denken musst, damit es insgesamt 20 werden!



14 und 6



Ich muss zuerst von 8 bis 10 ergänzen, das sind 2. Nun fehlt noch ein Zehner: $10 + 2 = 12$

Zahlzerlegung (Spiel: „Klapp die Karten“)

5



Worum geht es?

In diesem Spiel stecken vielfältige mathematische Anforderungen: Geschicktes Addieren bzw. Subtrahieren der Würfelaugen, andere Zerlegungen der gewürfelten Summe finden und bei der Auswahl der umzuklappenden Zahlenkarten darauf achten, dass am Schluss möglichst wenige Punkte und Zahlenkarten übrig bleiben. Besonders wichtig ist das Auffinden von anderen Zerlegungen der Würfelsumme als die gewürfelte Zerlegung.



Worauf ist zu achten?

Es gibt bei diesem Spiel viele Entscheidungsmöglichkeiten: „Welche Karten sind die sinnvollste Wahl?“ Ein Gespräch über die tragenden Überlegungen der Kinder ist hier wichtig. Viel Wert sollte deshalb auf die Begründung der Auswahl der Zahlenkarten gelegt werden, denn von der geschickten Entscheidung hängen die Gewinnchancen ab. Erst durch die Reflexion entsteht eine wirkliche Lernsituation für die spielenden Kinder, da sie auch Einblick in die Entscheidungsprozesse der Partner erhalten.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Hier werden spielerisch die Zerlegungen aller Zahlen bis 12 geübt. Dies geschieht ohne den Einsatz von Punktematerial, also im Kopf – aber mit Hilfe der Würfelaugen. Natürlich kann die Lehrkraft bei Schwierigkeiten auch immer auf das Darstellen der Zahl (mit Wendeplättchen) und anschließende Zerlegung zurückgreifen.

Zahlzerlegung (Spiel: „Klapp die Karten“)

5

Material: 2 Sätze Zahlenkarten (1 bis 12), 2 Würfel (1–6)

- A** Jedes Kind sortiert seine 12 Zahlenkarten und legt sie geordnet vor sich hin. Ziel ist es, entsprechend dem jeweiligen Würfelergebnis möglichst viele Karten umzuklappen. Es wird abwechselnd gewürfelt.



- B** Kind A würfelt mit zwei Würfeln (es würfelt z.B. 2 und 6) und entscheidet nun, welche der 12 Karten es umklappen will:
- die Zahlenkarten, die den Würfelbildern entsprechen: Zahlenkarten 2 und 6.
 - die Zahlenkarte, die die Summe bezeichnet ($2 + 6$): Zahlenkarte 8.
 - die Zahlenkarten, die andere Zerlegungen der 8 beinhalten, also die Zahlenkarten 3 und 5 oder 1 und 7.
 - die Zahlenkarte, die sich durch die Subtraktion der niedrigeren von der höheren Zahl ergibt ($6 - 2$): Zahlenkarte 4.
- C** Jetzt ist das Kind B an der Reihe. Es verfährt wie Kind A usw. Wenn es keine Möglichkeit zum Umklappen gibt, setzt es aus. Das Spiel ist beendet, wenn ein Kind alle Karten umgeklappt hat.



Worum geht es?

Diese Übung unterstützt die Kinder darin, Mengen sinnvoll zu gliedern und die Teilmengen anschließend zu addieren. Es wird die Wahrnehmung von Plättchengruppen innerhalb der Gesamtauslage geübt.



Worauf ist zu achten?

Damit das Kind sich auf das Sehen von Gruppen orientiert, ist das Gespräch darüber wichtig. Die Lehrkraft kann z.B. fragen: „Wie siehst du die Plättchen?“ „Welche Plättchen gehören für dich zusammen?“ Meist macht es den Kindern Spaß, unterschiedliche Zerlegungsmöglichkeiten zu finden und zu beschreiben. Zählt ein Kind, so hilft unter Umständen die Aufforderung, die Menge in Zweierschritten zu zählen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Natürlich wird das Sehen von Gruppen zunächst „langsam“ geübt. Das Kind hat Zeit, sich die Gesamtmenge genau anzugucken („bewusstes Sehen“) und sich zu entscheiden, mit welchen Teilgruppen es rechnen will. Erst wenn sich genügend Sicherheit entwickelt hat, kann man zum „schnellen Sehen“ (die Plättchenmenge nur kurz zeigen) übergehen.

Material: Wendeplättchen

Die Lehrkraft legt z.B. 7 Wendeplättchen in gegebener Struktur aus.

Sagt mir – ohne zu zählen –, wie viele Plättchen es insgesamt sind.

Ich sehe 7 Plättchen:
Da ist die „Würfelsechs“
und noch ein Plättchen
in der Mitte!



Ich sehe die „Würfel-
fünf“ und dann noch
2 Plättchen am Rand!
Das sind 7 Plättchen.

Die Lehrkraft legt weitere Beispiele aus.

Zahldarstellung bis 10 – bewusstes Sehen

7



Worum geht es?

Bei dieser Übung geht es um die sinnvolle Zerlegung einer Zahl bis 10 und das Auffinden einer geeigneten Darstellungsstruktur. Diese kann die Form von Würfelbildern, von geordneten Fünfer- bzw. Zehneranordnungen oder aber auch von anderen selbst erdachten Plättchengruppen besitzen. Zur guten Gestaltung lässt sich auch die Plättchenfarbe verwenden. Die so entstehenden Eigenproduktionen bieten viel Anlass zu Gesprächen und veränderten bildlichen Darstellungen (vgl. Kurt Hess, 2012). Ziel ist es, dass das Partnerkind die Menge der Plättchen auf einen Blick bestimmen kann.



Worauf ist zu achten?

Die Zeit für das Legen und Umlegen der Plättchen soll ausreichend lang sein, damit die Schüler(innen) auch sinnorientiert verschiedene Lagemöglichkeiten für die Plättchengruppen ausprobieren können, die erst dann zeichnerisch fixiert werden. Auch das Gespräch nach der Übung ist wichtig: „Was hast du dir bei der Anordnung gedacht?“ oder: „Warum reichte ein Blick nicht, um die Summe der Plättchen zu bestimmen?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nachdem über die Darstellung nachgedacht wurde, ist es sinnvoll, der jeweiligen Eigenproduktion eine Additionsaufgabe zuzuordnen und dabei das geschickte Rechnen in den Blick zu nehmen.

Zahldarstellung bis 10 – bewusstes Sehen

7

Material: Wendeplättchen

- A** Kind A wählt eine Zahl bis 10 und ordnet die entsprechende Anzahl Plättchen auf einem Blatt Papier möglichst so an, dass man auf einen Blick erkennt, wie viele es sind.
- B** Kind A zeichnet diese Anordnung ab und zeigt Kind B das Rechenbild nur kurz.
- C** Kind B nennt nun die Summe und beschreibt im Nachhinein genau, wie es die Plättchen gesehen hat.



Ich habe zwei mal 3 und
einmal 2 Plättchen gesehen.
Das sind dann insgesamt 8.

Zahldarstellung bis 20 – bewusstes Sehen

8



Worum geht es?

Bei dieser Übung geht es um die sinnvolle Zerlegung einer Zahl zwischen 10 und 20 und um das Auffinden einer geeigneten Darstellungsstruktur. Diese kann die Form von Würfelbildern, von geordneten Fünfer- bzw. Zehneranordnungen oder aber auch von anderen selbst erdachten Plättchengruppen besitzen. Zur guten Gestaltung lässt sich auch die Plättchenfarbe verwenden. Die so entstehenden Eigenproduktionen bieten viel Anlass zu Gesprächen und veränderten bildlichen Darstellungen (vgl. Kurt Hess, 2012). Ziel ist es, dass das Partnerkind die Menge der Plättchen auf einen Blick bestimmen kann.



Worauf ist zu achten?

Die Zeit für das Legen und Umlegen der Plättchen sollte ausreichend lang sein, damit die Schüler(innen) auch sinnorientiert verschiedene Lagemöglichkeiten für die Plättchengruppen ausprobieren können, die erst dann zeichnerisch fixiert werden. Auch das Gespräch nach der Übung ist wichtig: „Was hast du dir bei der Anordnung gedacht?“ oder: „Warum reichte ein Blick nicht, um die Summe der Plättchen zu bestimmen?“



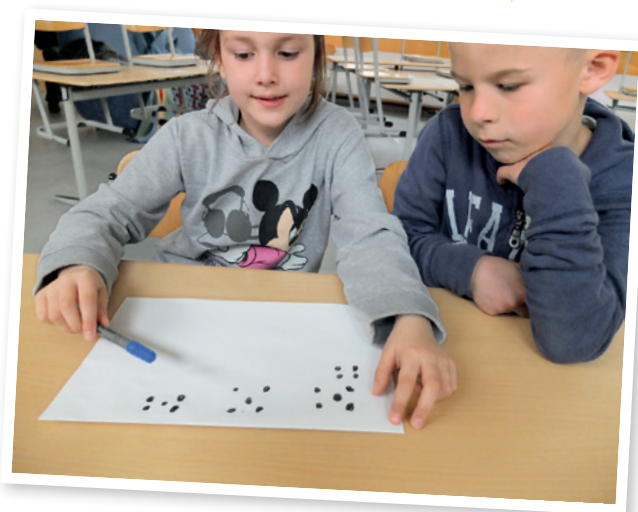
Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nachdem über die Darstellung nachgedacht wurde, ist es sinnvoll, der jeweiligen Eigenproduktion eine Additionsaufgabe zuzuordnen und dabei das geschickte Rechnen in den Blick zu nehmen.

Material: Wendeplättchen

- A** Kind A wählt eine Zahl zwischen 10 und 20 und ordnet die entsprechende Anzahl Plättchen auf einem Blatt Papier möglichst so an, dass man auf einen Blick erkennt, wie viele es sind.
- B** Kind A zeichnet diese Anordnung ab und zeigt das Rechenbild kurz Kind B.
- C** Kind B nennt nun die Summe und beschreibt im Nachhinein genau, wie es die Plättchen gesehen hat.

Ich habe dreimal die „Würfel-fünf“ gesehen und noch eine „Würfelvier“. Das sind insgesamt $10 + 9 = 19$ Punkte.



Zahlzerlegung am Rechenschiffchen

9



Worum geht es?

Die Übungen dienen dem genauen Wahrnehmen der Plättchen-Anordnung im Rechenschiffchen. Die Kinder sollen die Menge als zusammengesetzt aus mehreren Teilmengen erkennen. Sie stellen dabei fest, dass eine Menge sich in unterschiedliche „Portionen“ zerlegen lässt. Anschließend werden die Teilmengen addiert.



Worauf ist zu achten?

Bei dieser Aufgabe steht das Reflektieren der Zahlbeziehungen im Mittelpunkt. Beim Auffinden von Zerlegungen ist auch die Addition kleiner Gruppen erlaubt (also z.B. $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \dots$). Wichtig ist, dass das Kind seine Überlegungen mitteilt und dass ein Gespräch über die Zerlegungen stattfindet. Dabei sollte auch die Kraft der 5 berücksichtigt werden (im Rechenschiffchen sind die Fünfergruppen herausnehmbar). Ein selbständiges Aufschreiben der Zerlegungsaufgaben schließt an. Das nachfolgende Sprechen über die gefundenen Zerlegungen ist wichtig. Aufschlussreich für die Lehrkraft ist festzustellen, ob das Kind schon Ableitungen in der Aufgabenfolge z.B. $10 + 2$ und dann $2 + 10$ oder $10 + 2$ und $11 + 1 \dots$ benutzt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Übungen zur Vorstellung der Zerlegungshandlung schließen an. Das Rechenschiffchen ist dabei mit einem Tuch zugedeckt. „Stell dir vor, du siehst 15 Plättchen im Rechenschiffchen. Wie könnten sie angeordnet sein?“ „Welche Aufgaben lassen sich zu 16 Plättchen bilden?“ Eine Weiterarbeit mit **AK 10** – Zeichnen des Rechenschiffchens aus der Erinnerung – informiert die Lehrkraft darüber, welches innere Bild sich das Kind aufgebaut hat.

Zahlzerlegung am Rechenschiffchen

9

Material: Rechenschiffchen

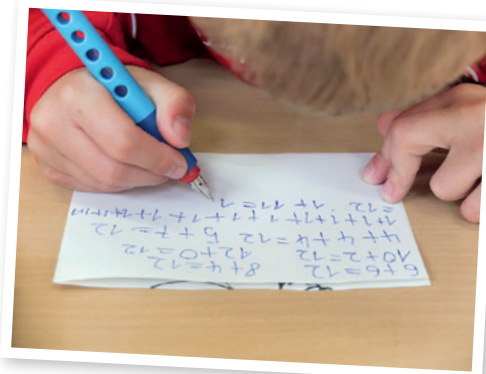
- A** Die Lehrkraft legt 12 Plättchen geordnet ins Rechenschiffchen. „Kannst du mir sagen, wie viele Plättchen du siehst, ohne zu zählen?“ „Woher weißt du, dass es 12 sind?“ „Findest du noch andere Zerlegungen?“

Ich sehe 5 Plättchen oben und 5 Plättchen unten und dann noch 2 daneben. Das sind 12!

Ich sehe 6 Plättchen oben und 6 Plättchen unten! Das sind auch 12!



- B** Die Kinder schreiben einige Aufgaben zunächst mit Blick auf das Rechenschiffchen auf und erklären anschließend, wie sie die Aufgaben gefunden haben.



Zeichnen des Rechenschiffchens aus der Erinnerung

10



Worum geht es?

Die Arbeitskarte schließt direkt an die **AK9** – Zahlzerlegung mit dem Rechenschiffchen – an. Hier werden jetzt z.B. 12 Plättchen (untereinander jeweils 6) in das Schiffchen gelegt. Das anschließende Aufzeichnen der Auslage ohne Sicht auf das Material aktiviert das innere Bild, das das Kind durch seine Tätigkeit entwickelt hat. Am Ergebnis kann man gut erkennen, was gespeichert wurde bzw. wie das innere Bild gestaltet ist.



Worauf ist zu achten?

Die Arbeit an der Zeichnung eröffnet viele Möglichkeiten der Reflexion: Ein Vergleich von Bild und realem Rechenschiffchen erlaubt es dem/der Schüler(in) zu erklären, was gut gelungen ist und was u.U. vergessen oder unklar dargestellt wurde. Ein Gespräch über andere Anordnungsmöglichkeiten der Plättchen bei der Zahl 12 liefert andere Sichtweisen. Die Weiterarbeit mit anderen Zahlen kann sich anschließen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Durch das Vergleichen des gezeichneten Bildes mit der realen Plättchenmenge im Rechenschiffchen wird der Blick auf die abgebildete Menge geschärft. Es kann gegebenenfalls ein erneuter verbesserter Zeichenversuch unternommen werden.

Zeichnen des Rechenschiffchens aus der Erinnerung

10

Material: Rechenschiffchen, Tuch, Papier, Stift

Die Lehrkraft legt z.B. 12 Plättchen in ein Rechenschiffchen.

Seht euch bitte das Rechenschiffchen genau an und merkt euch, wie die Plättchen liegen! Dann zeichnet alles aus der Erinnerung auf.

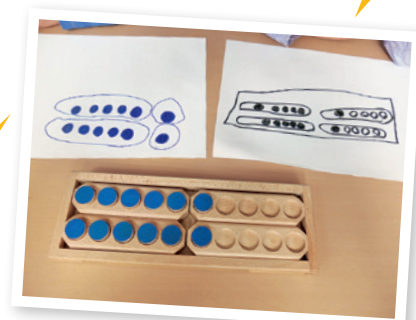


A Die Kinder beschreiben die Anordnung auf individuelle Weise. Nachdem die Kinder sich alles genau eingeprägt haben, deckt die Lehrkraft das Rechenschiffchen mit einem Tuch zu.

B Die Die Kinder zeichnen nun das Rechenschiffchen mit den 12 Plättchen aus der Erinnerung auf.

Ich habe 4 Fünferschiffchen gezeichnet. 2 sind vollständig gefüllt: Das sind 10 Plättchen und dann noch 2.

Ich habe 2 Fünferschiffchen und 2 Einerplättchen gezeichnet. Das sind zusammen 12 Plättchen.





Worum geht es?

Nach der ausführlichen Erarbeitung der Zerlegungsmöglichkeiten einer Menge von Plättchen im Rechenschiffchen (vgl. **AK 9** und **10**) geht es nun darum, die Sicherheit im Erkennen von Mengen zu trainieren. Übungen zum „schnellen Sehen“ (das Rechenschiffchen ist nur kurz sichtbar) führen vermittelt durch unterschiedliche Aufgabenstellungen dazu, dass das innere Bild des Zwanzigerraumes sich festigt. Die Mengenbestimmung erfolgt durch die Addition der Teilmengen.



Worauf ist zu achten?

Zunächst wird sichergestellt, dass die Kinder die Plättchen lückenfrei in das Rechenschiffchen legen. (Dazu sind einige Übungen nötig.) Bei der Mengenbestimmung wird die Anzahl der Plättchen nur kurz gezeigt und dann abgedeckt. Auch hier ist das nachfolgende Gespräch wichtig und aufschlussreich. Folgende Fragen sind sinnvoll: „Wie hast du die Plättchen gesehen?“, „Wie viele waren in der oberen Reihe?“, „Wie viele fehlten noch bis 20?“, „Wie viele Fünferschiffchen waren es?“ Hier finden sich natürlich auch schon rechnerische Anteile, ohne dass das Notieren in Gleichungsform ($20 - 2 = 18$ oder $5 + 5 + 4 + 4 = 18$) erforderlich wird.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn das Kind die Auslage nur kurz sieht, muss es die Anordnung in seiner Vorstellung speichern, um die Menge bestimmen zu können. Hierfür ist die Betonung der Fünfergruppen (ein volles Schiffchen) eine wichtige Grundlage. Übungen im „schnellen Sehen“ sind ein notwendiger Schritt in Richtung „Kopfrechnen“. Das innere Bild unterstützt die Rechnung. Beim Kopfrechnen fehlt dann die anschauliche Vorstellung, die Rechnung erfolgt „im Kopf“, d. h. abstrakt.

Material: Rechenschiffchen, Tuch oder Papier zum Abdecken

- A** Kind A legt verdeckt eine Plättchenmenge ohne Lücken ins Rechenschiffchen und zeigt die Anordnung kurz (Abdeckung mit einem Tuch oder mit einem Blatt Papier). Kind B beschreibt, wie es die Plättchen gesehen hat, und nennt die Summe der Plättchen. Gemeinsam wird das Ergebnis überprüft und eventuelle andere Lösungswege werden gefunden.
- B** Kind B legt eine Plättchenmenge ins Rechenschiffchen und zeigt diese kurz. Kind A sagt, wie viele Plättchen bis zum vollen Zehner oder Zwanziger fehlen.
- C** Kind A legt eine Plättchenmenge ins Rechenschiffchen und beschreibt die Auslage, ohne dass Kind B das Rechenschiffchen sieht. Kind B stellt sich die Auslage vor und benennt die Anzahl.

Bis zur 20 fehlen noch 2 Plättchen.
Du hast also 18 gelegt.



„Würfelburg“ – Gruppen sehen und addieren

12



Worum geht es?

Die Lehrkraft baut die abgebildete Würfelburg (siehe Rückseite) auf. Die Kinder bestimmen die Menge aller Würfel der gegebenen Würfelburg. Diese wird dabei zunächst in Teilmengen aufgegliedert. Anschließend werden die Teilmengen addiert.



Worauf ist zu achten?

Die Beschreibung der Würfelburg erfordert das Verwenden von Präpositionen und das gedankliche Zusammenfassen von Würfelgruppen: „Von vorne sehe ich insgesamt unten 5 Würfel, darüber ...“ Es geht also nicht um das Abzählen, sondern um das Sehen von Gruppen, die dann anschließend **geschickt** addiert werden können. Die Mengenbestimmung durch Zählen soll sich als der umständlichere und fehleranfälligere Weg erweisen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die anschließende Aufgabe (Aufgabe B), die Burg aus der Erinnerung heraus zu bauen, richtet die Aufmerksamkeit der Kinder auf das bewusste Speichern der gesehenen Würfelgruppen. Es kann notwendig sein, dass die Kinder um die Würfelburg herumgehen, um vollständig alle Gruppen sehen zu können.

„Würfelburg“ – Gruppen sehen und addieren

12

Material: 40 Holzwürfel

- A** Die Kinder bauen die Würfelburg der Lehrkraft nach. Sie beschreiben sie anschließend mit Blick aus verschiedenen Perspektiven. Dabei benennen sie die gesehenen Würfelgruppen.
- B** Danach bauen die Kinder die Würfelburg noch einmal aus der Erinnerung (ohne Sicht) auf und kommentieren ihre Bautätigkeit.
- C** Die Kinder vergleichen ihre Gebäude mit dem Original, kommentieren eventuelle Abweichungen, korrigieren diese und addieren durch Zusammenfassung der gesehenen Gruppen die Würfelmenge. Wenn die Addition im Kopf nicht gelingt, werden die Würfelmengen in Zehnerstangen und übrige Einerwürfel sortiert.



Ich sehe von vorne 6 Würfel in der Mitte und zwei Türme mit je 4 Würfel ... Das sind 14 Würfel.

Wenn ich von vorne gucke, dann sehe ich oben 5 Würfel und unten auch. Dann kommen noch 4 Würfel dazu, die oben drauf zu sehen sind. Insgesamt sehe ich also von vorne 14 Würfel.

- D** Die Kinder malen eine Skizze der Würfelburg mit dem Ziel, diese in der nächsten Förderstunde wieder aufzubauen.

Wie viele im Hunderterpunktefeld?

13



Worum geht es?

Um im Zahlenraum bis 100 sicher addieren und subtrahieren zu können, müssen die Kinder ein sicheres inneres Bild des Hunderterraumes entwickelt haben. Das Hunderterpunktefeld ist dafür gut geeignet, weil es die dezimale Struktur betont. Ein Gespräch über die Anordnung der Punkte steht am Anfang: „Wie viele Punkte seht ihr?“ Die Kinder erklären das Hunderterpunktefeld, indem sie die Zehner- und Fünferstruktur beschreiben und dann Zehner- bzw. Fünferpäckchen addieren.



Worauf ist zu achten?

Mit Hilfe eines Papierwinkels werden dann Punktemengen abgedeckt. „Wie viele Zehner und wie viele Einer siehst du?“ „Wie heißt die Zahl?“ (vgl. **AK4**) Durch ein Verschieben des Winkels um 10 (nach unten bzw. oben) oder um 1 (nach rechts bzw. links) wird die Beziehung zu Nachbarzahlen verdeutlicht. Es ist hilfreich, die Anzahl der Zehner und Einer in eine Stellentafel einzutragen, um das Stellenbewusstsein zu stützen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn genügend Sicherheit im Ablesen der Mengen erlangt wurde, wird die Punktemenge nur kurz gezeigt („auf einen Blick“). Das Bild der Menge wird jetzt in der Vorstellung gespeichert. Hier ist die Frage sinnvoll: „Wie hast du dir die Zahl gemerkt?“ oder: „Wie viele Zehner und wie viele Einer hast du gesehen?“

Wie viele im Hunderterpunktfeld?

13

Material: Hunderterpunktfeld, Abdeckwinkel

- A** Kind A legt den Winkel so auf das Hunderterpunktfeld, dass noch 28 Punkte sichtbar sind. Kind B beschreibt, wie es die 28 Punkte sieht.

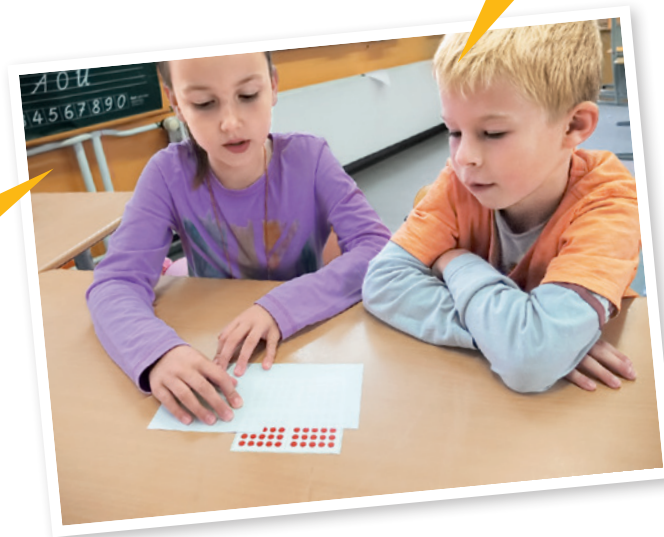
Wie viele Punkte siehst du?

- B** Kind A nennt eine Zahl und Kind B zeigt die Menge mit Hilfe des Winkels, dann Wechsel.

Übung zum „schnellen Sehen“

- C** Kind B zeigt nur kurz z.B. 86 Punkte und deckt dann die Menge ab. Kind A bestimmt aus der Erinnerung heraus die Punktemenge. Zur Kontrolle wird noch einmal in Ruhe nachgeschaut. Dann wechseln die Rollen.

Ich sehe 2 Zehner und 8 Einer.
Die Zahl heißt 28.



Ergänzen bis 10 mit den Fingern

14



Worum geht es?

Ausgehend von den Fingerbildern bis 10 ist es sinnvoll, das Ergänzen zum vollen Zehner zunächst ebenfalls mit Hilfe der Finger zu verdeutlichen. Hilfreich ist für die Kinder, dass sie sowohl die Ausgangsmenge (ausgestreckte Finger) als auch die zu ergänzende Menge (eingeklappte Finger) sehen können.



Worauf ist zu achten?

Voraussetzung für das Gelingen dieser Übung ist die Kenntnis der Fingerbilder bis 10 (vgl. **AK 1**). Es ist wichtig, den Übungsprozess sprachlich zu begleiten: „Ich zeige dir 7 Finger, wie viele fehlen zu 10?“ bzw.: „Wie viele Finger sind eingeklappt?“ Es ist aber auch möglich, das Fingerbild ohne Worte zu zeigen. Dann spricht das Kind über die gesehene Zerlegung.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Klappt das Ergänzen mit den Fingern gut, wird das Fingerbild nur kurz gezeigt. Das Kind speichert die gesehene Zerlegung und benennt sie mit der Aufgabe: $7 + 3 = 10$. Ist die Handlung verinnerlicht, sind also die Finger zum Lösen der Aufgabe nicht mehr notwendig, so wird im Kopf gerechnet: $7 + \underline{\quad} = 10$ (vgl. **AK 18**).

Ergänzen bis 10 mit den Fingern

14

Ich zeige dir 7 Finger –
wie viele fehlen bis 10?



3 Finger sind eingeklappt,
genau die fehlen bis 10:
 $7 + 3 = 10$

Ergänzen bis 100 – Zerlegung der 100

15



Worum geht es?

Diese Arbeitskarte hat die Zerlegung der 100 in zwei Teilmengen zum Gegenstand. Ein durchsichtiger Abdeckwinkel wird auf das Hunderterpunktfeld gelegt. Durch seine Transparenz kann das Kind sowohl die abgedeckte als auch die sichtbare Punktemenge wahrnehmen und beschreiben.



Worauf ist zu achten?

Der Abdeckwinkel wird so auf das Hunderterpunktfeld gelegt, dass das Ablesen der Zerlegungszahlen möglich ist: „43 Punkte sind abgedeckt und 57 Punkte sind noch zu sehen: $43 + 57 = 100$.“ Um den Zusammenhang zwischen den Zerlegungszahlen weiter verständlich zu machen, wird der Abdeckwinkel nun so verschoben, dass der erste Summand um eins mehr wird und der zweite um eins weniger (Gegensinniges Verändern, vgl. **AK 6**). Auch ein diagonales Verschieben ist möglich. Dabei wird das Ableiten aus schon bekannten Zahldarstellungen geübt: $1 + 99 = 11 + 89 = 21 + 79 \dots$



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nun erfolgt die Zerlegungshandlung im Kopf: „Stell dir vor, 43 Punkte sind abgedeckt. Wie viele Punkte sind dann sichtbar?“ Die Kinder ergänzen jetzt rechnerisch bis 100 ohne Sicht auf das Hunderterpunktfeld: „Zuerst ergänze ich bis 50, das sind 7 Punkte. Nun addiere ich noch die fehlenden 50. Insgesamt sind es dann 57 Punkte.“

Material: Hunderterpunktfeld und Abdeckwinkel

Wie viele Punkte sind nicht mit der grünen Folie abgedeckt und wie viele sind abgedeckt?

Ich sehe 5 Zehner und 7 Einer: Das sind 57.
Abgedeckt sind 4 Zehner und 3 Einer, also 43!



„Fingerblitz“

1



Worum geht es?

Beim Fingerblitz wird die Anzahl nach Ansage der Zahlen 1–10 „auf einen Sitz“ mit den Fingern gezeigt. Es wird nicht gezählt.

Der Bezug zur 5 (eine Hand) und zur 10 (zwei Hände) ist dabei entscheidend. Von diesen Grundpositionen leiten sich alle anderen Zahldarstellungen ab. So sind z.B. 6 Finger ein Finger mehr als 5 (eine ganze Hand), 9 Finger sind ein Finger weniger als 10 (zwei Hände).



Worauf ist zu achten?

Bevor die gewünschte Anzahl gezeigt wird, schließt das Kind die Hände zu Fäusten. Dann entscheidet das Kind: „Reicht eine Hand (Zahlen von 1 bis 5) oder benötige ich zwei Hände (Zahlen von 6 bis 10)?“ Danach wird überlegt, wie viele Finger mehr oder weniger gezeigt werden müssen.

In dieser Übung stellen die Kinder sich gegenseitig Aufgaben und kontrollieren auch die Lösung: Kind A nennt eine Zahl bis 10 und Kind B zeigt sie. Nach einiger Zeit wird gewechselt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Der „Fingerblitz erfolgt anschließend in der Vorstellung: „Stellt euch vor, ihr zeigt 8 Finger!“ Die Kinder beschreiben ihre gedankliche Handlung. Dabei können die Finger verdeckt (z.B. hinter dem Rücken) die Vorstellung unterstützen.

„Fingerblitz“

1

Zeige 8 Finger!



An einer Hand 5
und an der anderen 3
Finger: Das sind zu-
sammen 8 Finger!

Ich kann auch 10 Finger
zeigen und dann 2 Finger
wieder wegnehmen!
Das sind auch 8 Finger!

Idee aus: Schipper (2005)

Erstes Rechnen (Finger klappen)

2



Worum geht es?

Das Verständnis von Addition und Subtraktion bis 10 wird mit Hilfe des „Fingerklappens“ in Bezug zu 5 und 10 handlungsmäßig unterstützt. Bei Aufgaben vom Typ $7 - 5 = 2$ wird die Rechenhandlung folgendermaßen dargestellt: Zunächst werden eine Hand (5 Finger) und 2 Finger gezeigt, dann wird die Hand weggenommen. Es bleiben 2 Finger sichtbar.



Worauf ist zu achten?

Es ist wichtig, dass die Kinder die Finger nicht nacheinander zählend ausstrecken. Das Zeigen „auf einen Sitz“ stellt den Kern des nichtzählenden Rechnens dar. Es ist anzustreben, dass die Kinder die Kraft der 5 nutzen: „Eine Hand und ...“. Falls ein anderes Fingerbild genutzt wird, sollte ein reflektierendes Gespräch stattfinden. Ein Kind formuliert die Aufgabe wie folgt: „Zeige 7 minus 5.“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Kinder beschreiben ihre Fingerbilder in der Vorstellung: „Stell dir vor, du rechnest $9 - 4$.“ Die Rechenhandlung erfolgt schon im Kopf, allerdings noch nicht verkürzt.

Eine Flexibilisierung des Rechnens erfolgt auch durch das Verwenden von Nachbaraufgaben: „Ich weiß, dass $9 - 5 = 4$ ist. Ich weiß deshalb auch, dass $9 - 6 = 3$ ergeben muss. Hier wird nur ein Finger mehr weggenommen.“

Das Ableiten von unbekannten Aufgaben aus bekannten stellt die Basis für die Automatisierung der Grundaufgaben dar.

Erstes Rechnen (Finger klappen)

2

7 minus 5!

Ich zeige eine Hand und 2 Finger. Ich nehme jetzt die ganze Hand, also 5 Finger, weg. Es bleiben 2 Finger übrig.



1 oder 2 mehr/weniger (Finger klappen)

3



Worum geht es?

Jede Zahl der Zahlwortreihe ist „um eins mehr“ als die vorherige Zahl. Umgekehrt ist die vorangehende Zahl „um eins weniger“ als die nachfolgende Zahl. Diese Beziehung wird hier mit Hilfe der Fingerbilder veranschaulicht. Entsprechendes gilt für „um 2 mehr“. Das Zeigen einer Zahl mit den Fingern mit anschließendem Hinzufügen bzw. Wegnehmen von 1 oder 2 Fingern ermöglicht das Ablesen der neuen Zahl und fördert das Denken in Zahlbeziehungen.



Worauf ist zu achten?

Wenn die Fingerbilder beherrscht werden (vgl. **AK 1** und **AK 2**), wird diese Übung regelmäßig wiederholt. Dabei ist besonders auf die sprachliche Begleitung der Handlung zu achten. Die Formulierung „um eins/zwei mehr bzw. weniger“ bezieht sich auf einen Mengenvergleich und macht deshalb vielen Kinder Schwierigkeiten. Auf den Fotos zeigt das Kind zunächst die gegebene Zahl (hier 6) „auf einen Sitz“ mit den Fingern und in einer zweiten Handlung die Zahl, die „um zwei“ mehr ist (hier 8).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Kinder vollziehen nun die Handlung „1 oder 2 mehr/weniger“ ohne Sicht auf die Finger. Dies kann mit geschlossenen Augen bzw. auch als begleitende Handlung unter dem Tisch erfolgen. Im nächsten Schritt beschreiben die Kinder nur noch in der Vorschau, wie sie die Handlung ausführen werden, z.B. „Stell dir vor, du zeigst 2 Finger mehr als 8!“

1 oder 2 mehr/weniger (Finger klappen)

3

Das Kind zeigt zunächst die vorgegebene Zahl „auf einen Sitz“ mit den Fingern, dann gibt es „ein oder zwei mehr“ dazu und zeigt anschließend das Ergebnis. Dabei soll es die Handlung kommentieren.

Erst zeige ich
6 Finger



... und dann noch
2 mehr.



Jetzt sind es 8 Finger!



Mehr/weniger (Spiel: „Hamstern“)

4



Worum geht es?

„Hamstern“ ist ein Würfelspiel für zwei Kinder, das darauf abzielt, Mengen bis 6 zu vergleichen. Erleichtert wird der Mengenvergleich dadurch, dass die gewürfelten Augenzahlen jeweils als Plättchenmengen nebeneinander auf dem Spielplan liegen und der Unterschied zwischen beiden Mengen deutlich zu erkennen ist.



Worauf ist zu achten?

Voraussetzung für dieses Spiel ist die Fähigkeit, Mengen simultan zu erfassen. Auf keinen Fall sollten die Würfelzahlen einzeln abgezählt werden. Die Versprachlichung des Mengenvergleichs nimmt dabei einen wichtigen Stellenwert ein: „Ich habe zwei Plättchen mehr als du!“, „Du hast fünf Plättchen weniger als ich!“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Ziel des Spiels ist es, dass die Kinder – schon vor dem Auslegen der Plättchen auf dem Spielplan – wissen, wie viele Plättchen das jeweilige Kind mehr hat. In diesem Fall kann das Kind die Plättchen, die es mehr erwürfelt hat, sofort nehmen. Der Mengenvergleich erfolgt nur noch in der Vorstellung. Die Handlung des Legens ist nicht mehr notwendig, um die Mengen zu vergleichen. Die sprachliche Begleitung bleibt jedoch wichtig. Als Erweiterung bietet sich das Spiel mit zwei Würfeln an.

Mehr/weniger (Spiel: „Hamstern“)

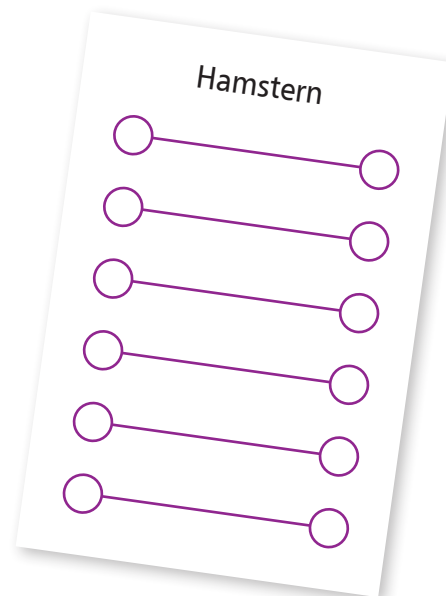
4

Material: Spielplan „Hamstern“, 1 Würfel pro Kind, 30 Plättchen



Ich habe eine 2 gewürfelt und Mika eine 6.

Ich habe 4 Plättchen mehr als Leonie.



Die Spieler würfeln nacheinander.

Jeder Spieler nimmt sich seine gewürfelte Anzahl Plättchen und legt sie auf jeweils eine Seite des Spielplans. Der Spieler, der mehr Plättchen hat, darf die Plättchen, die er mehr hat, vom Spielplan entfernen und sammeln.

Alle anderen Plättchen kommen wieder zurück. Das Spiel ist zu Ende, wenn es keine Plättchen mehr gibt oder wenn eine vorgegebene Anzahl von Runden gespielt wurde. Der Spieler mit den meisten gehamsterten Plättchen hat gewonnen.

Spielidee aus: www.pikas.tu-dortmund.de

1 oder 2 mehr/weniger (Spiel: Würfeln)

5



Worum geht es?

Jede Zahl der Zahlwortreihe ist „um eins mehr“ als die vorherige Zahl. Umgekehrt ist die vorangehende Zahl „um eins weniger“ als die nachfolgende Zahl. Dieses Würfelspiel setzt auf der Zahlenebene von 1–10 an, die Würfelbilder erscheinen nicht mehr. Mit diesem Würfelspiel üben die Kinder das Bestimmen der Zahl, die um 1 oder 2 mehr/weniger ist als die gewürfelte Zahl.



Worauf ist zu achten?

Kind A würfelt mit einem zehneckigen Würfel und bestimmt, was gerechnet werden soll: 1 oder 2 mehr oder weniger. Kind B nennt die gewürfelte Zahl und gibt an, wie die gesuchte Zahl heißt. Bei Schwierigkeiten ist es sinnvoll, das Mengenbild und seine Erweiterung im Rechenschiffchen zu legen und damit die Anzahl bewusst zu machen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Dieses Spiel vollzieht sich bereits auf einem hohen Abstraktionsniveau, denn zu der gewürfelten Zahl muss im Kopf eins bzw. zwei addiert werden. Die gewürfelte Zahl ist nicht mehr als Punktebild sichtbar, die Aufgabenstellung erfolgt verbal. Die Automatisierung ist dann gelungen, wenn das Kind nicht mehr weiterzählt, sondern sofort die entsprechende Zahl „weiß“.

1 oder 2 mehr/weniger (Spiel: Würfeln)

5

Material: Würfel (1 bis 10)

Ein Kind würfelt, nennt die gewürfelte Zahl und sagt, wie viel mehr oder weniger das andere Kind ansagen soll. Danach Rollentausch.

Eins mehr ...



Du hast eine 9 gewürfelt. Eins mehr als 9 ist 10.

Gegensinniges Verändern

6



Worum geht es?

Bei dieser Übung verbindet das Kind zwei Operationen miteinander. Beispiel: Wenn es bei einer Menge von 4 roten und 3 blauen Plättchen ein blaues umdreht, dann besteht die Menge (7 Plättchen) anschließend aus einem roten Plättchen mehr und einem blauen Plättchen weniger. Das Kind muss also $3 \text{ (blaue)} - 1$ und $4 \text{ (rote)} + 1$ rechnen, um die Verteilung von Rot und Blau richtig bestimmen zu können. Die Menge bleibt gleich, wenn zwei Teilmengen gegensinnig verändert werden.



Worauf ist zu achten?

Wichtig ist, dass im ersten Schritt die Anzahl roter und blauer Plättchen achtsam bestimmt wird („Merke dir die Anzahlen!“). Auch die Handlung des Hervorziehens und Umdrehens muss deutlich sichtbar sein und auch kommentiert werden („Was hat sich nun verändert?“). Die Antworten des Kindes werden anschließend mit der veränderten Auslage verglichen. Eine Reflexion mit der Frage „Was hast du dir vorgestellt?“ hilft, Stolpersteine zu entdecken.

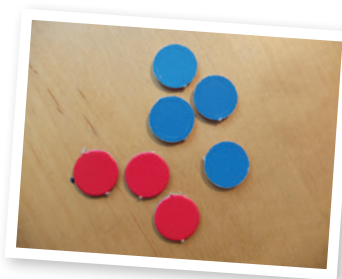


Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Handlung kann auch offen durchgeführt werden, wenn sich herausstellt, dass das Kind Probleme mit der inneren Vorstellung hat. Die Lehrkraft dreht dann vor den Augen des Kindes ein Plättchen um und fragt: „Was verändert sich, wenn ich ein rotes Plättchen umdrehe?“

Material: Wendeplättchen

- A** Die Lehrkraft zeigt dem Kind eine Plättchenmenge und lässt diese bestimmen: Es sind 3 rote und 4 blaue Plättchen, also insgesamt 7. Nun verdeckt sie alle Plättchen mit einer Hand.
- B** Die Lehrkraft zieht ein Plättchen (blau) unter der Hand hervor, dreht es vor den Augen des Kindes um (aus einem blauen Plättchen wird nun ein rotes) und schiebt es wieder unter die Hand. Hat das Kind Schwierigkeiten mit den verdeckten Plättchen, sollte die Handlung zunächst ohne Abdecken durchgeführt werden.
- C** Das Kind überlegt nun, wie sich die Plättchenmenge verändert hat: „Es sind jetzt 4 rote und 3 blaue Plättchen. Es bleiben 7 Plättchen, auch wenn sich die Farben verändert haben.“



Verdoppeln mit dem Spiegel

7



Worum geht es?

Verdopplungsaufgaben sind wichtige Grundaufgaben, aus denen schwierigere Aufgaben abgeleitet werden können. Der Begriff des Verdoppelns bedeutet hier, dass eine gegebene Plättchenmenge noch einmal gelegt werden soll. Die Gesamtheit der dann vorhandenen Plättchen stellt das Doppelte der zunächst gegebenen Menge dar. Es handelt sich hier also um eine Eins-zu-eins-Zuordnung. Der Einsatz des Spiegels verkürzt den Prozess des Legens. Im Spiegel sind genauso viele Plättchen zu sehen wie vor ihm: 3 Plättchen (*im* Spiegel) plus 3 Plättchen (vor dem Spiegel) gleich 6 Plättchen.



Worauf ist zu achten?

Zunächst wird die Verdopplungshandlung im oben beschriebenen Sinne ausführlich, also ohne Spiegel, vollzogen. Es werden dabei nur kleine Mengen, die auf einen Blick erfassbar sind, verdoppelt. Anschließend wird der Spiegel als „Verdopplungswerkzeug“ eingesetzt. Wichtig ist auch hier wieder die sprachliche Begleitung: „Verdopple!“ stellt eine Aufforderung zur Tätigkeit dar, während „das Doppelte“ das Ergebnis des Prozesses bezeichnet. Wichtig ist, dass das Kind während der Übung seine Tätigkeit und seine Überlegungen kommentiert. Dadurch sind Fehlvorstellungen über den Begriff des Verdoppelns korrigierbar.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

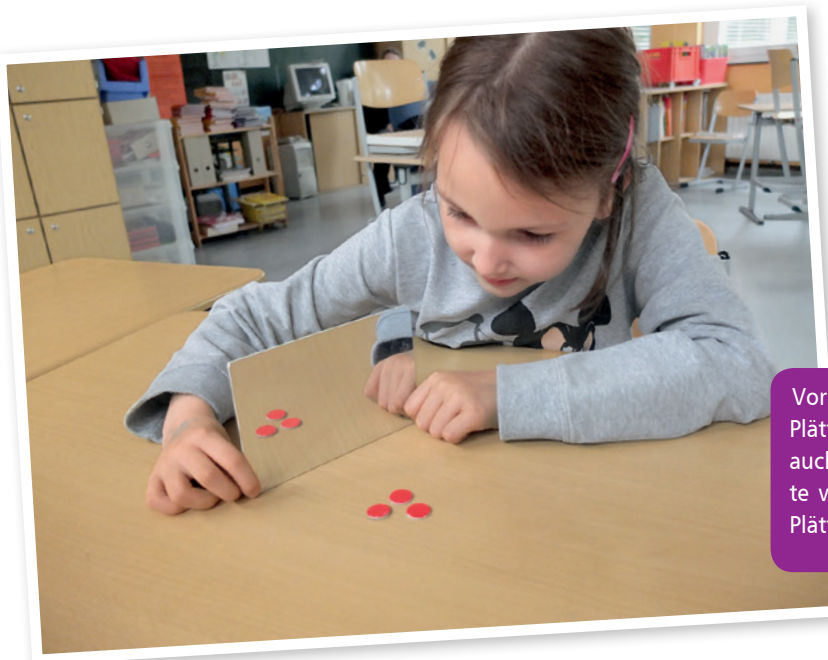
Sind genügend Handlungserfahrungen gesammelt, schließt das Verdoppeln in der Vorstellung an: „Stell dir vor, du legst 3 Plättchen. Wie viele Plättchen sind doppelt so viele?“

Verdoppeln mit dem Spiegel

7

Material: Spiegel, Plättchen

Verdopple
3 Plättchen!



Vor dem Spiegel sind es 3 Plättchen, im Spiegel sehe ich auch 3 Plättchen. Das Doppelte von 3 Plättchen sind also 6 Plättchen.

Verdoppeln mit den Fingern

8



Worum geht es?

Mit Hilfe der Fingerbilder wird das Verdoppeln bei Anzahlen zwischen 6 und 10 handelnd verdeutlicht. Die Kinder zeigen jeweils die zu verdoppelnde Anzahl der Finger (vgl. Fingerblitz **AK 1**) und führen anschließend die Hände zusammen (Daumen auf Daumen etc.): Der neu entstandene Zehner wird sichtbar durch die Zusammenführung der zwei Hände. Die übrigen Finger werden verdoppelt und zur Zehn addiert.



Worauf ist zu achten?

Wichtig ist auch hier, dass die Verdopplungshandlung kommentiert wird. Es muss dabei berücksichtigt werden, dass ein Kind beim Zusammenführen der Hände die zu verdoppelnde Menge spiegelverkehrt zeigen muss. Dies muss vorher geübt werden.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nach der Übung wird die Verdopplungshandlung in der Vorstellung ausgeführt. Jedes Kind zeigt die zu verdoppelnde Anzahl Finger für sich und beschreibt seine Überlegungen. Erst dann schließt sich das Lösen der Verdopplungsaufgabe in der Vorstellung und ohne das Fingerbild an. Danach erfolgen Automatisierungsübungen. Es ist wichtig, dass die Verdopplungsaufgaben bis 10 von den Kindern auswendig gewusst werden, weil wichtige Strategien der Addition und Subtraktion (vgl. **AK 1** und **AK 2**) darauf aufbauen.

Verdoppeln mit den Fingern

8

Wieviel ist das
Doppelte von 6?



Wenn ich 5 verdopple,
erhalte ich 10.
Dann verdopple ich noch 1.
Das sind 2: $10 + 2 = 12$.
12 ist das Doppelte von 6.

Verdoppeln am Rechenschiffchen

9



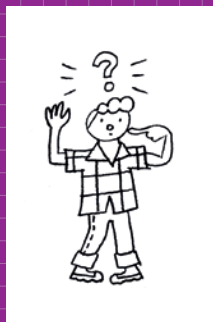
Worum geht es?

Das Verdoppeln am Rechenschiffchen knüpft an die Fähigkeit der „Zahlzerlegung im Rechenschiffchen“ (vgl. **AK9**) an und bereitet auf komplexere Aufgabenstellungen vor (vgl. **AK1** und **AK2**). Beispiel: Mengen zwischen 5 und 10 werden mit dem Rechenschiffchen anschaulich verdoppelt, indem in die obere Reihe z.B. 7 Plättchen gelegt werden. Das Doppelte von 7 wird sichtbar, wenn die gleiche Menge in die untere Reihe gelegt und dann die Gesamtmenge betrachtet wird.



Worauf ist zu achten?

Damit das Kind die 14 Plättchen als die Verdopplung von 7 tatsächlich auf einen Blick erkennt, muss es den Zehner (5 Plättchen oben und 5 Plättchen unten) erfassen, die restlichen Plättchen verdoppeln und dann beide Mengen addieren. Wenn das Kind zählt, wird zu **AK9** zurückgegangen. Ist das Prinzip verstanden, so erzeugen die Kinder nacheinander alle Verdopplungsaufgaben und schreiben sie systematisch auf. Folgende Formulierung wird benutzt: „Das Doppelte von 7 ist 14.“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nun stellen sich die Kinder gegenseitig Verdopplungsaufgaben: Wenn das Rechenschiffchen mit allen Plättchen ausgelegt ist, kann Kind A durch Abdecken einer Teilmenge (vgl. Bild) selbst zügig Verdoppelungsaufgaben formulieren, die Kind B mit Blick auf die Auslage löst. Ist dies erfolgreich, wird das Rechenschiffchen zuerst leer in Sichtweite gestellt und später ganz weggenommen: „Stell dir vor, du legst 6 Plättchen in die obere Reihe. Was ist das Doppelte von 6?“ Abwechselnd stellen sich die Kinder Aufgaben, die sie in der Vorstellung lösen. Das Automatisieren als Kopfrechenaufgaben schließt sich dann an: Was ist das Doppelte von 6? Wenn Probleme auftauchen, dann wieder auf die Vorstellungs- bzw. Handlungsebene zurückkehren.

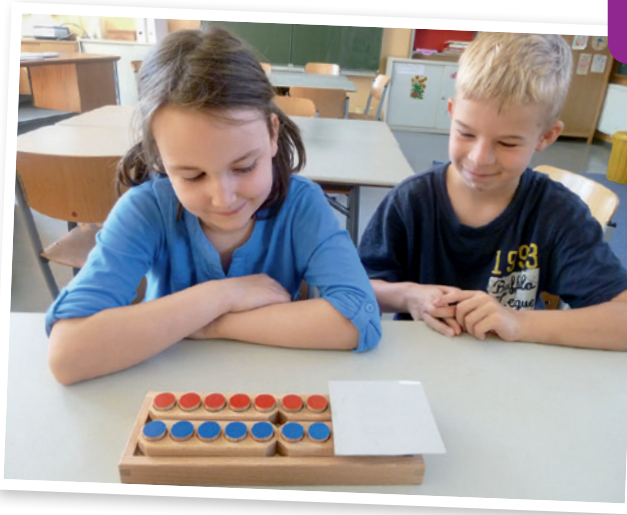
Verdoppeln am Rechenschiffchen

9

Material: Rechenschiffchen

- A** Die Kinder stellen sich abwechselnd Verdoppelungsaufgaben mit Sicht auf das Rechenschiffchen: Kind A deckt zuvor eine Teilmenge (hier 6 Plättchen) ab und fragt:

Was ist das Doppelte von 7?



Das Doppelte von 7 ist $10 + 4 = 14$

- B** Das Rechenschiffchen wird anschließend verdeckt. Kind A fragt:
„Stell dir vor, du legst 8 Plättchen in die obere Reihe!
Wie viel ist das Doppelte von 8?“

Verdoppeln von Zehnerzahlen

10



Worum geht es?

Das Verdoppeln von Zehnerzahlen knüpft an das Verdoppeln der Einer an (vgl. **AK7**).

$2 \text{ Einer} + 2 \text{ Einer} = 4 \text{ Einer}$, $2 \text{ Zehner (20)} + 2 \text{ Zehner (20)} = 4 \text{ Zehner (40)}$.



Worauf ist zu achten?

Voraussetzung für das Verdoppeln von Zehnern ist, dass das Kind verstanden hat, dass zwei Zehner das gleiche sind wie 20 Einer. Wenn nicht, ist es wichtig, immer wieder auf die Handlung zurückzugehen. Eine Aufgabenlösung durch den Hinweis auf das Anhängen einer Null an die Aufgabe ($2 + 2 = 4$) verhindert das Zahlverständnis und erschwert das Verstehen weiterführender Aufgabenstellungen. Das Versprachlichen der Verdopplungshandlung ist deshalb wichtig. „Ich verdoppele 2 Zehner und erhalte 4 Zehner. Das sind dann 40 Einer.“ Auch hier lässt sich durch einen Spiegel die Aufgabenlösung gut verdeutlichen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

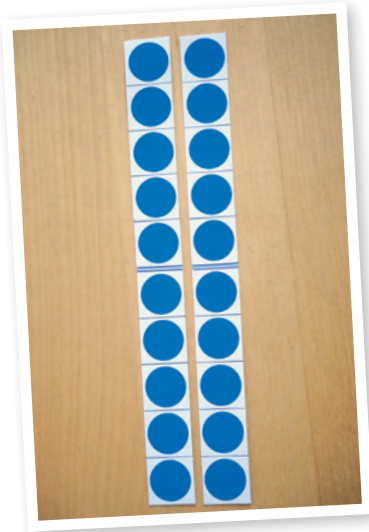
Zunächst legt das Kind das Doppelte der gegebenen Zehner mit dem Punktematerial. Aus 2 Zehnern werden 4 Zehner. Anschließend erfolgt die Handlung in der Vorstellung. Z.B.: „Stell dir vor, du verdoppelst 3 Zehner.“ Das ausführliche Beschreiben der inneren Handlung ermöglicht der Lehrkraft und dem anderen Kind die Überprüfung des Denkprozesses.

Verdoppeln von Zehnerzahlen

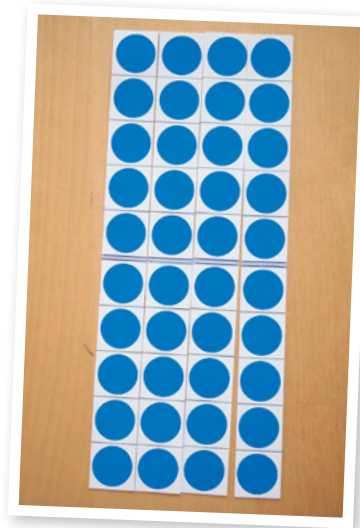
10

Material: Punktematerial (Zehnerstreifen)

Verdopple zwei
Zehner!



Das Doppelte von 2 Zehnern
sind vier Zehner, also 40.





Worum geht es?

Analog zur Addition und Subtraktion von Einern (z.B. $3 + 4 = 7$; $5 - 2 = 3$) werden Zehner addiert bzw. subtrahiert (3 Zehner + 4 Zehner = 7 Zehner; 5 Zehner – 2 Zehner = 3 Zehner). Entscheidend ist, dass die Kinder dabei wissen, dass 3 Zehner gleichbedeutend sind mit 30 Einern. 3 Zehner + 4 Zehner = 7 Zehner ist also gleichbedeutend mit $30 + 40 = 70$. Das Anhängsel „zig“ bedeutet „Zehner“!



Worauf ist zu achten?

Ein mechanisches Anhängen einer 0 an das Ergebnis der Aufgabe $3 + 4 = 7$ ist keine sinnvolle Hilfestellung für das Lösen von Aufgaben mit ganzen Zehnerzahlen, wenn das Stellenwertverständnis fehlt. Nur wenn das Kind verstanden hat, dass 3 Zehner für die Zahl 30 oder 4 Zehner für die Zahl 40 stehen, ist das entsprechende Aufgabenverständnis vorhanden.

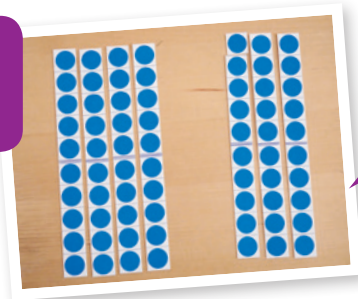


Wie kommt die Handlung in den Kopf?

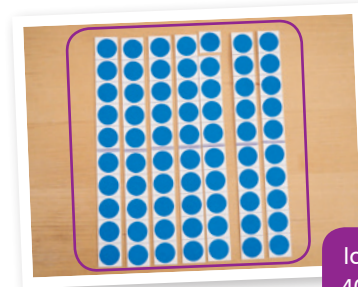
Die Übung wird nun ohne Material ausgeführt. Die Kinder beschreiben dabei ihre Gedanken zunächst ausführlich: „Wenn ich von 5 Zehnern 3 Zehner wegnehme, dann bleiben noch 2 Zehner, also 20 Einer, übrig“. Eine anschließende sprachliche Verkürzung ist sinnvoll: 5 Zehner minus 3 Zehner ergibt 2 Zehner, also 20 Einer.

Material: Punktematerial (Zehnerstreifen)

Lege und rechne aus:
 $40 + 30$

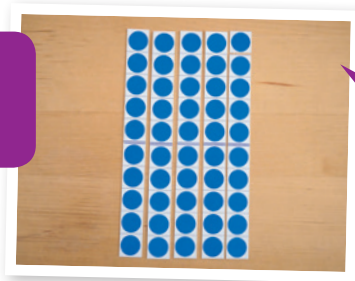


Das sind 4 Zehner (40)
und 3 Zehner (30).
Ich lege die Zehner
zusammen ...

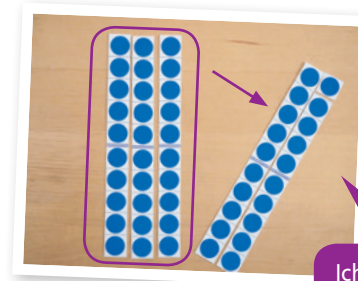


Ich rechne
 $40 + 30 = 70$

Lege und rechne aus:
 $50 - 20$



Das sind 5 Zehner (50),
ich nehme 2 Zehner (20)
weg ...



Ich rechne:
 $50 - 20 = 30$



Worum geht es?

Halbieren bedeutet, eine Menge in zwei gleich große Teilmengen aufzuteilen. Dies ist nur bei geraden Anzahlen wie 2, 4, 6, 8 ... möglich. Eine für Kinder vorerst naheliegende Methode des Halbierens ist das „gerechte“ Verteilen von einzelnen Plättchen an zwei Kinder („eins ich“, „eins du“). Dies dient dem Verständnis des Begriffs „Halbieren“. Eine gute Grundlage für die *rechnerische* Ermittlung der Hälfte stellt das *Aufteilen* der Plättchenmenge dar. Zuerst werden alle Plättchen (z.B. 14) so hingelegt, dass man auf einen Blick erkennt, wie viele es sind. Dann wird die Gesamtmenge in überschaubare Teilmengen zerlegt (aufgeteilt)! Dies erfolgt bei 14 Plättchen sinnvollerweise in zwei Fünferstreifen und zwei Zweiermengen.



Worauf ist zu achten?

Die Erkenntnis, dass sich nur bestimmte Mengen halbieren lassen, ist auch für das Verständnis der Begriffe „gerade“ und „ungerade“ Zahlen (vgl. **AK 15**) wichtig. Eine Phase des Ausprobierens verschiedener Zerlegungsmöglichkeiten schließt sich an. Zuletzt halbieren die Kinder mit dem Material alle Mengen bis 20, schreiben die Ergebnisse auf und kommentieren ihre Tätigkeit. Bei allen Halbierungshandlungen ist auf die genaue Wortwahl zu achten: „Halbieren“ bezieht sich auf die Handlung, „Die Hälfte von ...“ auf das Ergebnis der Handlung.

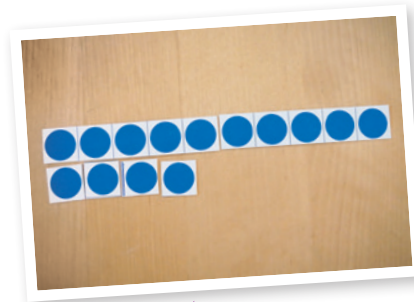
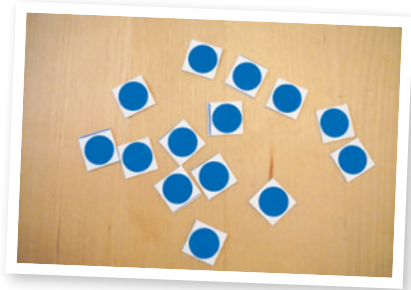


Wie kommt die Handlung in den Kopf?

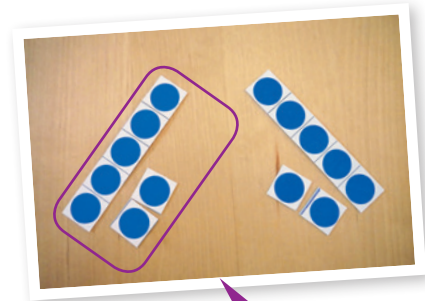
Die Zerlegung der Gesamtmenge in sinnvolle Teilmengen erfolgt anschließend im Kopf: 14 lässt sich zerlegen in 10 ($5 + 5$) und 4 ($2 + 2$). Die Hälfte errechnet sich durch die Addition der Teilmengen: $5 + 2 = 7$. Nachdem die Kinder die Halbierungsvorgänge verstanden haben, müssen diese automatisiert werden. Sie bilden die Grundlage für weiterführende Rechenoperationen (vgl. **AK 2**).

Material: Punktematerial

Halbiere 14
Plättchen!



Zuerst sortiere ich die
Plättchen übersichtlich in
Zehner und Einer.



Nun halbiere ich den Zehner
und die übrigen Einer.
Die Hälfte von 14 ist also
 $5 + 2 = 7$.

Halbieren am Rechenschiffchen

13



Worum geht es?

Die Handlung des „Halbierens“ stellt die Umkehrung des „Verdoppelns“ dar (vgl. **AK9**). Liegen in der oberen und unteren Zeile des Rechenschiffchens gleich viele Plättchen (insgesamt also eine gerade Anzahl), so kann die Menge in zwei gleiche Teile zerlegt werden, indem man eine Zeile verdeckt. Zu sehen ist dann nur die Hälfte der Plättchen.



Worauf ist zu achten?

In diesem Sinne werden nun Aufgaben mit dem Rechenschiffchen erzeugt: Kind A legt z.B. 14 Plättchen (oben 7, unten 7) ins Rechenschiffchen und sagt: „Halbiere 14!“ Kind B deckt nun die Hälfte der Plättchen ab und antwortet: „7 ist die Hälfte von 14.“ Dabei ist auf die genaue Formulierung zu achten, denn „Halbieren“ bezieht sich auf die Handlung. „Die Hälfte von ...“ auf das Ergebnis der Handlung.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

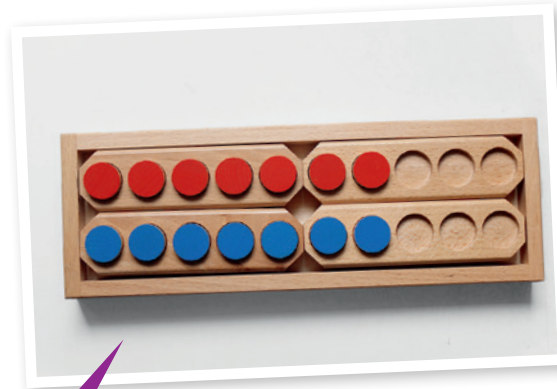
Anschließend wird das Rechenschiffchen zugedeckt oder in Sichtweite leer aufgestellt. „Stell dir vor, du legst 12 Plättchen ins Rechenschiffchen, oben und unten gleich viele. Nun halbiere die Menge!“ (Hierbei müssen sich die Kinder den Zehner in zwei Fünfermengen untereinander denken und die restlichen Einer gleichverteilt untereinander.) Abwechselnd stellen sich die Kinder nun Aufgaben, die sie in der Vorstellung lösen. Das Automatisieren als Kopfrechenaufgaben schließt sich dann an: Wie viel ist die Hälfte von 10? Wenn Probleme auftauchen, wieder auf die Vorstellungs- bzw. Handlungsebene zurückkehren.

Halbieren am Rechenschiffchen

13

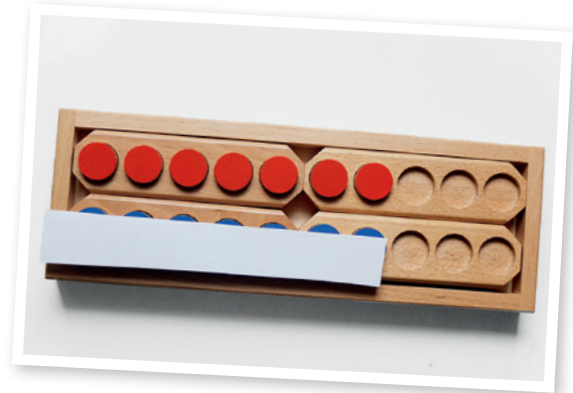
Material: Rechenschiffchen, Abdeckstreifen

Lege 14 Plättchen so ins Rechenschiffchen, dass oben und unten gleich viele Plättchen liegen!



Halbiere 14!

7 ist die Hälfte von 14.





Worum geht es?

Das Halbieren von Zehnern entspricht dem Halbieren von Einern (vgl. **AK 12**). Die Zehnerzahlen 20, 40, 60, 80, 100 sind leicht zu halbieren. Bei den Zehnerzahlen 30, 50, 70, 90 haben die Kinder Schwierigkeiten, denn hier muss ein Zehner in zwei Fünfermengen zerlegt werden. Die Aufteilung von z.B. 50 erfolgt also in zwei Schritten: Zunächst werden die 4 Zehner gerecht aufgeteilt: jeweils 2 Zehner. Dann werden noch die zwei Fünfergruppen (5 Einer) gerecht aufgeteilt. Das Ergebnis des Halbierungsvorganges sind 2 Zehner und 5 Einer, insgesamt also 25.



Worauf ist zu achten?

Bei der Aufgabe: „Halbiert 50!“ probiert das Kind mit dem Material zunächst selbst. Die Aufgabe ist nach der Vorbereitung durch **AK 12** leicht lösbar, zumal auch Aufgabenstellungen zur Kraft der 5 im Vorfeld oft im Mittelpunkt standen (vgl. **AK 2**). Das Beschreiben und wenn möglich Erklären des Lösungsprozesses durch die Kinder sind dabei wichtig.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

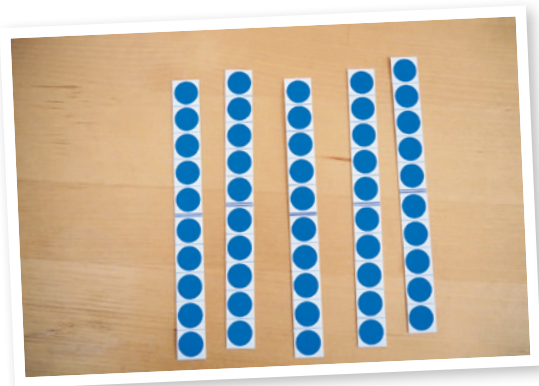
Die Zerlegung der Gesamtmenge in Teilmengen erfolgt anschließend im Kopf: 70 lässt sich zerlegen in 60 ($30 + 30$) und 10 ($5 + 5$). Die Hälfte errechnet sich aus der Addition der Teilmengen: $30 + 5 = 35$. Nachdem die Kinder die Halbierungsvorgänge von Zehnerzahlen verstanden haben, werden die Halbierungsaufgaben automatisiert, denn diese bilden die Grundlage für weiterführende Rechenoperationen (vgl. **AK 1** und **AK 2**).

Halbieren von Zehnerzahlen

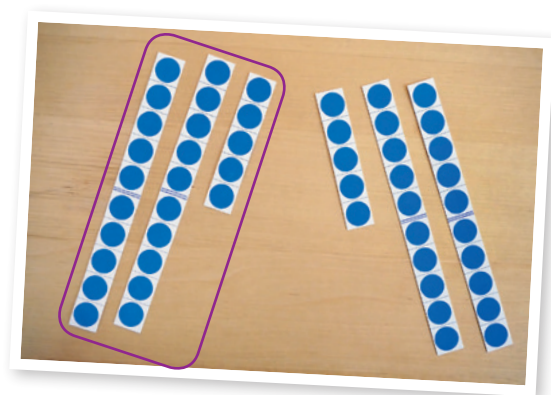
14

Material: Punktematerial

Halbiere 50!



Zuerst halbiere ich 4 Zehner:
Das sind 2 Zehner, also 20.



Dann muss ich noch den übrigen
Zehner halbieren: Das sind 5 Einer.
Insgesamt ist die Hälfte von 50
also $20 + 5 = 25$.

Gerade und ungerade Zahlen

15



Worum geht es?

Lassen sich aus einer Plättchenmenge Paare bilden, so ist die Anzahl der Plättchen „gerade“. Bleibt beim Bilden der Paare ein Plättchen übrig, so nennen wir die Anzahl der Plättchen „ungerade“. Gerade Plättchenmengen lassen sich also halbieren, ungerade nicht.



Worauf ist zu achten?

Um festzustellen, ob z.B. 8 eine gerade Zahl ist, legen die Kinder die gegebenen Plättchen jeweils paarweise untereinander in das Rechenschiffchen. Die Anzahl und die Eigenschaft „gerade“ bzw. „ungerade“ kann nun direkt abgelesen werden. „Die 8 ist eine gerade Zahl, weil kein Plättchen einzeln liegt bzw. übrigbleibt.“



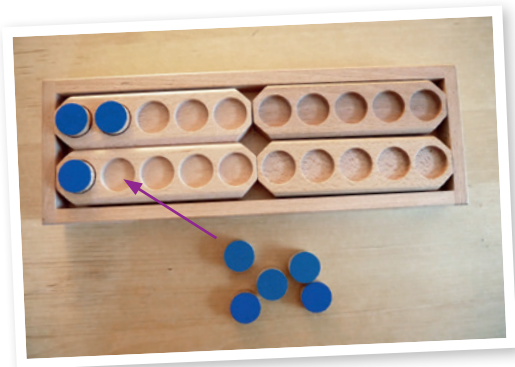
Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Damit die Kinder ein systematisches und damit auch abstrahierendes Verständnis entwickeln können, protokollieren sie ihr Handlungsergebnis jeweils in einer Tabelle (siehe Rückseite). Hierbei wird deutlich, dass jede zweite Zahl eine gerade Zahl ist und dass die geraden Zahlen der Zweierreihe entsprechen. Die Zahlen dazwischen heißen „ungerade“ Zahlen.

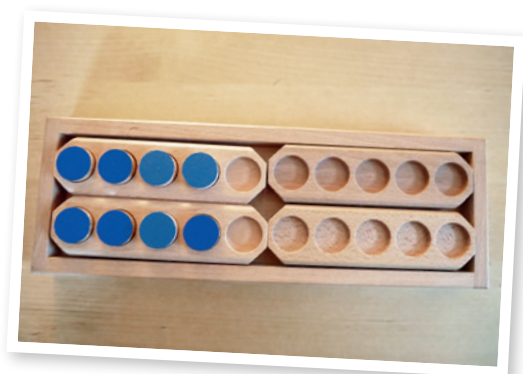
Gerade und ungerade Zahlen

15

Material: Rechenschiffchen, Tabelle (unausgefüllt)



Ungerade Zahlen	Gerade Zahlen



Wenn ich 8 Plättchen als Paare ins Rechenschiffchen lege, dann sehe ich, dass kein Plättchen einzeln liegt. Deshalb ist 8 eine gerade Zahl.



Worum geht es?

Mit dieser Aufgabe werden verschiedene Rechenstrategien geübt. Sie ist Vorübung für die **AK17** „Würfel-raten“. Drei Würfelzahlen sollen schnell und sicher addiert werden. Durch die drei Spielwürfel ist die höchste gewürfelte Summe auf 18 ($6 + 6 + 6$) begrenzt. Ziel ist es, geschickte Wege der Summenbildung zu finden. Folgende Fragen helfen: „Welche Würfelzahlen addiere ich zuerst?“, „Kann ich einen Zehner bilden?“, „Gibt es eine Verdopplungsaufgabe?“, „Erkenne ich eine Aufgabe, die ich leicht lösen kann?“



Worauf ist zu achten?

Wenn ein Kind die Summe zunächst nur zählend ermittelt, wird gefragt, ob dem Kind auch ohne Zählen eine Lösung möglich ist. Ist dies nicht der Fall, hilft die Lehrkraft mit dem Hinweis auf eine veränderte Reihenfolge der Addition oder auf den Rechenweg des anderen Kindes: Eine Diskussion der Rechenwege ist bei diesem Spiel sehr wichtig – Welcher Rechenweg ist geschickt und warum?



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Bei diesem Spiel wird das Rechnen auf einem abstrakten Niveau gefordert, zunächst gestützt durch die Punktedarstellung der Würfel. Gute Vorarbeiten dafür stellen die Übungen in **AK6** „Bewusstes und schnelles Sehen“ und auch **AK3** „Alle Zerlegungen der 10“ dar. Wenn genügend Sicherheit erlangt ist, können auch Rechenaufgaben ohne Würfelbilder gestellt werden: Jeweils 3 Zahlen (höchste Zahl ist die sechs) werden spielerisch in Form z.B. des Viereckenrechnens (Wettrechnen) addiert.

Material: 3 Spielwürfel (Würfelbilder 1 bis 6)

Ein Kind würfelt. Beide Kinder berechnen die Gesamtsumme und beschreiben, wie sie vorgegangen sind.

Wie habt ihr die Aufgabe gelöst?

Ich rechne zuerst
 $1 + 3 = 4$ und dann
noch $4 + 6 = 10$.



Ich rechne $6 + 1 = 7$
und dann noch
 $7 + 3 = 10$.

Geschicktes Rechnen (Spiel: „Würfelraten“)

17



Worum geht es?

Es geht um die Fähigkeit des geschickten Zerlegens, Ergänzens, Erinnerns und Vergleichens von Summen bzw. Zahlen. Das Spiel fordert mathematische Flexibilität und vorausschauendes Denken heraus, bleibt dabei aber auch anschaulich und überschaubar, da die Würfelbilder sichtbar bleiben. Das Denken in Mengenvorstellungen wird gefördert und zählendes Rechnen vermieden.



Worauf ist zu achten?

Bevor das Spiel beginnt, ist es sinnvoll, zunächst an einigen Beispielen das geschickte Vorgehen bei der Addition zu besprechen (vgl. **AK 16**): „Wie können die drei Würfelzahlen möglichst geschickt addiert werden?“ Die Reflexion nach dem Spielende erfolgt unter folgenden Fragen: „Warum hast du die erste Zahl hoch/niedrig gewählt?“ Beim Additionsergebnis 17 oder 4: „Wie könnte man ohne Raten sofort die richtige Zerlegung finden?“ Oder allgemein: „Was fiel dir leicht?“, „Warum war es schwierig?“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Bei diesem Spiel wird ausschließlich im Kopf gerechnet, gestützt auf die Würfelaugen.

Geschicktes Rechnen (Spiel: „Würfelraten“)

17

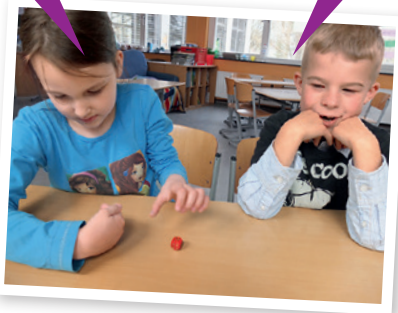
Material: 3 Spielwürfel (Würfelbilder 1 bis 6)



Insgesamt
sind es 14.

Ist eine 6
dabei?

Ja!



A Kind A würfelt verdeckt mit 3 Spielwürfeln. Es ermittelt die Summe und nennt sie. Es versucht dabei, die Zahlen geschickt zu addieren.

B Kind B ermittelt die Augenzahl der einzelnen Würfel durch geschicktes Fragen. Es fragt, wenn zum Beispiel eine hohe Summe genannt wurde: „Ist eine 6 dabei?“ Wird dies bejaht (Kind A legt dann den ermittelten Würfel heraus), so weiß es, dass noch 8 Augen zu vergeben sind. Die übrigen Würfelzahlen können also 4, 4, 3, 5 oder 2, 6 heißen. Wird eine Zahl doppelt gewürfelt, muss nach jeder Zahl extra gefragt werden.

C Kind B fragt so lange weiter, bis es alle Würfelzahlen ermittelt hat. Ziel ist es, mit möglichst wenigen Fragen auszukommen.



Worum geht es?

Kinder müssen verstehen, dass Aufgaben wie $3 + 7 = 10$ nicht nur ein „Dazugeben“ beschreiben, sondern „eine durch Handlung erreichte Gleichheit“ (vgl. Gaidoschik, 2007) ausdrücken. Dieses Verständnis ist keine Selbstverständlichkeit. Ein gutes Material für die Erarbeitung des Gleichungsverständnisses ist eine Waage. Z.B. $3 + \underline{\quad} = 10$: Wenn in einer Schale der Waage 3 Holzwürfel liegen und in der anderen Schale 10, dann kann eine Gleichheit des Gewichts erreicht werden, indem zu den 3 Holzwürfeln noch 7 hinzugefügt werden.



Worauf ist zu achten?

Die Kinder experimentieren zunächst mit Waage und Holzwürfeln, indem sie Ungleichgewichte ausgleichen: In einer Waagschale liegen 5 Würfel, in der anderen 7. Wie viele Würfel müssen von 7 Würfeln weggenommen werden, damit ein Gleichgewicht entsteht? Oder wie viele Würfel muss ich zu den 5 Würfeln dazugeben, damit ein Gleichgewicht entsteht? Sie protokollieren anschließend die Ausgangssituation und die Ergebnisse ihrer Wiegehandlungen in Form von Zeichnungen (vgl. Beispiele). Das Nachdenken und Sprechen über ihre Erfahrungen sind dabei entscheidend.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

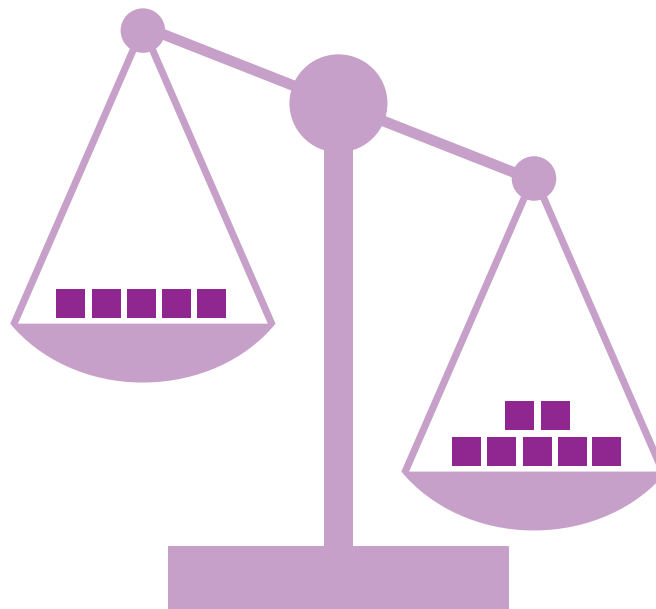
Die Kinder stellen sich anschließend die Wiegehandlung im Kopf vor. Die Ausgangssituation der Waage ist sichtbar. Die Handlung zur Herstellung des Gleichgewichts wird nur im Kopf vollzogen. Zur Protokollierung wird nicht mehr gezeichnet, sondern werden die Gleichungen notiert: z.B. $5 + 2 = 7$. Ziel ist es, dass die Kinder sich an die Wiegeerfahrungen erinnern, wenn sie Probleme beim Lösen von Aufgaben in Gleichungsform haben. Dies ist besonders bei Platzhalteraufgaben wichtig.

Gleichungen – Was ist gleich?

18

Material: Waage, Holzwürfel

Bringt die Waage ins Gleichgewicht und malt ein Rechenbild!



Tauschaufgaben am Rechenschiffchen

19



Worum geht es?

„Tauschaufgaben“ nutzen das Kommutativgesetz der Addition $a + b = b + a$ und können das Rechnen erleichtern. Der Summandentausch bietet sich immer dann an, wenn der erste Summand deutlich kleiner als der zweite ist (z.B. $6 + 1$ statt $1 + 6$). Werden die oben genannten Aufgaben mit Plättchen im Rechenschiffchen untereinander gelegt, wird deutlich, dass die veränderte Reihenfolge der Plättchen im Rechenschiffchen keine Auswirkung auf deren Anzahl hat. Die Tauschaufgabe hat also das gleiche Ergebnis wie die Ausgangsaufgabe.



Worauf ist zu achten?

Wichtig ist, dass die Kinder ihre Handlungen und Beobachtungen beim Lösen der Aufgaben kommentieren: „Wenn ich beide Aufgaben untereinander ins Rechenschiffchen lege, dann sehe ich, dass beide Plättchenreihen gleich lang sind. Also haben beide Aufgaben das gleiche Ergebnis.“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Kinder decken das Rechenschiffchen mit einem Tuch zu. Kind A stellt sich die Aufgabenlösung vor und beschreibt seine innere Handlung, sodass Kind B die Aufgaben im Rechenschiffchen nachlegen kann. Anschließend wird das Ergebnis gemeinsam kontrolliert und reflektiert.

Tauschaufgaben am Rechenschiffchen

19

Material: Rechenschiffchen

$1 + 6$ ist genauso
viel wie $6 + 1$!



Aber $6 + 1$ lässt sich
schneller rechnen!

Anmerkung: Auf dem Bild wurden 2 Zehnerstäbe aus dem Hunderterrahmen verwendet.

Rechnen mit Zehnerzahlen ($10 + 3 / 10 - 7$)

20



Worum geht es?

Das Rechnen mit dem Zehner gehört zu den grundlegenden Rechenstrategien. Dabei werden entweder Einer zum Zehner addiert (z. B. $10 + 3$) oder Einer vom Zehner subtrahiert (z. B. $10 - 7$). In beiden Fällen geht es darum, zunächst den Zehner als gegebene Einheit zu erkennen: Ein Zehner entspricht im Rechenschiff genau zwei Fünferschiffchen (= 10 Plättchen).



Worauf ist zu achten?

Bei der Aufgabe $10 + 3$ legen die Kinder in die obere Reihe des Rechenschiffchens zunächst 10 Plättchen (= einen Zehner). Anschließend fügen sie 3 Plättchen in der unteren Reihe hinzu. Es liegen dann 13 Plättchen im Rechenschiffchen (vgl. zur Notation von Zahlen [AK4](#)). Bei der Subtraktion werden vom gelegten Zehner zunächst 5 Plättchen („Kraft der 5“) entfernt und dann noch 2 Plättchen. Übrig bleiben 3 Plättchen. Die Versprachlichung dieser Rechenschritte zeigt, ob das Kind gezählt hat oder durch Zerlegen zum Ergebnis gekommen ist.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

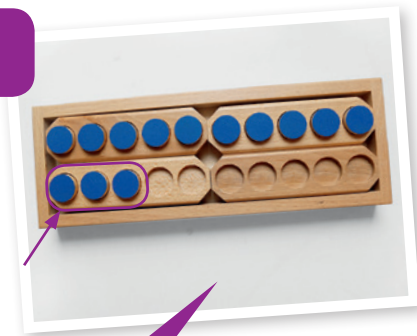
Die Handlung des Wegnehmens von 7 Einern ist im Rechenschiffchen leicht nachvollziehbar: zuerst ein Fünferschiffchen und dann noch 2 einzelne Plättchen. Diese Handlung muss nun in der Vorstellung vollzogen werden: „Stell dir vor, du nimmst 7 Einer von einem Zehner weg. In welchen Schritten machst du das?“ Die geschriebene Aufgabe sollte beim Lösungsprozess immer gut sichtbar sein. Während Kind A seine Rechenhandlung beschreibt, nimmt Kind B nach Ansage die Plättchen vom gegebenen Zehner weg. Gemeinsam werden Handlung und Ergebnis kontrolliert.

Rechnen mit Zehnerzahlen ($10 + 3$ / $10 - 7$)

20

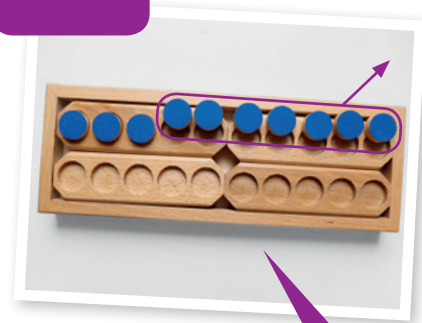
Material: Rechenschiffchen

$10 + 3$



Zuerst lege ich 10 Einer in die obere Reihe. Das ist ein Zehner. Dann lege ich noch 3 Plättchen in die untere Reihe dazu. Das sind insgesamt 13 Plättchen:
 $10 + 3 = 13$

$10 - 7$



Zuerst lege ich einen Zehner in die obere Reihe. Dann nehme ich 5 Plättchen (1 Fünferschiffchen) und noch 2 Plättchen weg. Das sind insgesamt 7 Plättchen. Es bleiben 3 Plättchen übrig:
 $10 - 7 = 3$

Rechnen mit Zehnerzahlen bis 100 ($30 + 7 / 80 - 3$)

21



Worum geht es?

Die Addition und Subtraktion vom Zehner aus werden in dieser Arbeitskarte – aufbauend auf die Erfahrungen am Rechenschiffchen (vgl. **AK20**) – auf den Zahlenraum bis 100 ausgedehnt. Haben die Kinder die Zehner als eine leicht zu rechnende Einheit verstanden, so lässt sich diese Erkenntnis übertragen: Bei der Addition einstelliger Zahlen vom Zehner aus ändert sich nur der Einer. Bei der Subtraktion vom Zehner ändert sich auch der Zehner. Hier ist die Kenntnis der Zahlenfolge und der Nachbarzahlen wichtig (vgl. **AK4**).



Worauf ist zu achten?

Zuerst legen die Kinder die Aufgabe mit dem Material und schreiben sie auf. Ein Sprechen darüber, welche Stellenwerte sich bei der Addition verändern, ist hier wichtig. Dadurch wird verhindert, dass beim Notieren des Ergebnisses schematisch vorgegangen wird. Bei der Subtraktion vom Zehner (hier 8 Zehner), wird eine Zehnerstange in 10 Einer getauscht. Danach kann die Subtraktion der 3 erfolgen. Die Fähigkeit des Zerlegens des Zehners (vgl. **AK3**) spielt hier eine wichtige Rolle.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

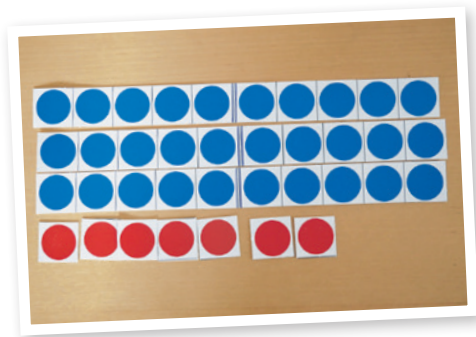
Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material auf ihrem Rechenweg gelöst haben, führen sie die Handlung nur in der Vorstellung aus. Z.B.: „Stell dir vor, du legst 3 Zehner und nimmst 7 Einer weg. Beschreibe, was du überlegst.“ Kind A beschreibt seinen Denkweg ohne Sicht auf das Material. Kind B handelt nach Ansage. Gemeinsam wird das Ergebnis überprüft.

Rechnen mit Zehnerzahlen bis 100 ($30 + 7 / 80 - 3$)

21

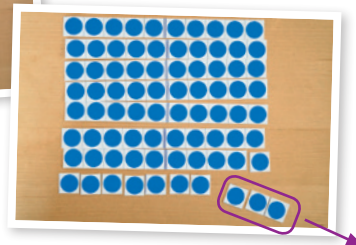
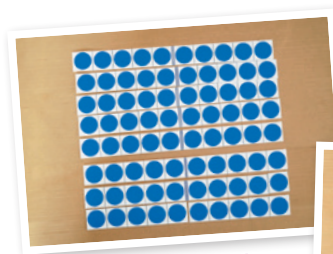
Material: Punktematerial

$$30 + 7$$



Ich lege 3 Zehnerstreifen und darunter noch 7 Einerplättchen. Dann sehe ich, dass es insgesamt 37 sind:
 $30 + 7 = 37$.

$$80 - 3$$



Ich lege 8 Zehnerstreifen. Nun tausche ich einen Zehnerstreifen in Einer um. Jetzt kann ich 3 Einer wegnehmen. Es bleiben noch 7 Zehner und 7 Einer übrig:
 $80 - 3 = 77$.

Zehner-Analogien (Spiel: „Aufgabenpaare finden“)

22



Worum geht es?

Mit diesem Rechenspiel werden die Analogiebildungen bzw. Ableitungen aus **AK 23** vertieft und gefördert. Es basiert auf dem bekannten „Memory“, wobei ein Aufgabenpaar immer aus zwei verwandten Aufgaben (z.B. $2 + 3$, $12 + 3$ oder $18 - 3$, $8 - 3$) besteht. Diese müssen gefunden, aber nicht unbedingt ausgerechnet werden.



Worauf ist zu achten?

Zuerst werden die Karten gemischt. Zu Beginn wird einmal mit offenen Karten gespielt und jeweils begründet, warum zwei Karten ein Paar bilden. Anschließend werden die Karten verdeckt auf den Tisch gelegt. Ein Kind deckt zwei Karten auf – gehören sie zusammen, darf das Kind sie behalten und zwei weitere Karten aufdecken. Gehören die Karten nicht zusammen, werden die Karten an der gleichen Stelle wieder verdeckt abgelegt und das nächste Kind ist an der Reihe. Ist kein Kärtchen mehr vorhanden, hat das Kind mit den meisten Paaren gewonnen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

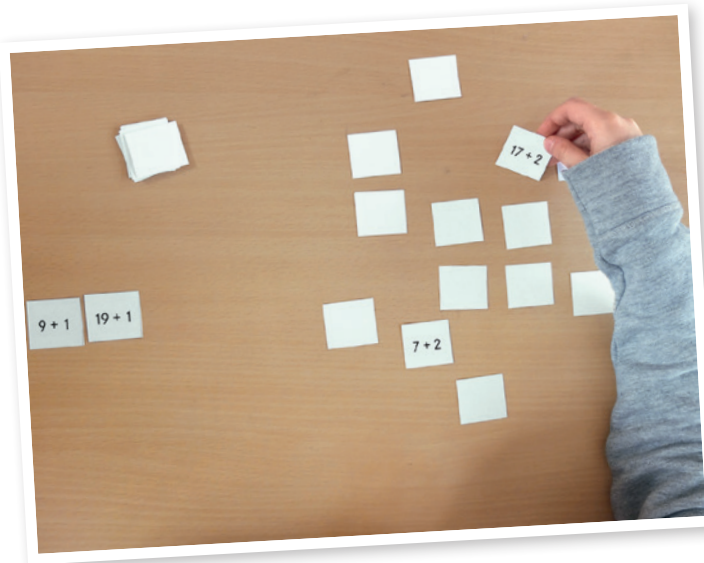
Das Spiel regt die Kinder dazu an, ihre Handlungen zu kommentieren: „Die beiden Karten gehören zusammen, weil ...“

Wichtig ist hier nicht unbedingt das Ausrechnen der Aufgaben, sondern die Erkenntnis, dass schwere Aufgaben aus einfacheren Aufgaben abgeleitet werden können.

Zehner-Analogien (Spiel: „Aufgabenpaare finden“)

22

Material: Karten mit Aufgabenpaaren



$7 + 2$ und $17 + 2$
gehören zusammen!

Die Aufgabenpaare können zusätzlich
auch protokolliert werden:

$9 + 1$	$19 + 1$
$7 + 2$	$17 + 2$



Worum geht es?

Wenn das kleine Einspluseins (und Einsminuseins) beherrscht wird, kann das Kind sich dies bei Aufgaben in einem höheren Zahlenbereich zunutze machen, indem es Analogien bildet. Zum Beispiel wird $65 - 3$ mit Hilfe der bereits bekannten Aufgabe $5 - 3$ gelöst. Wichtig ist das Verstehen, dass die Zehnerstelle gleichbleibt und nur die Einerstelle sich ändert. Machen sich Schüler(innen) Analogien zwischen Aufgaben in diesem Sinne nutzbar, werden sie beim Lösen von Aufgaben flexibler und schneller.



Worauf ist zu achten?

Hier geht es darum, diese Rechenerleichterung zu erfahren und zu verstehen. Es wird zunächst kein Material benötigt. Wichtig ist die sichere Kenntnis des kleinen Einspluseins (und Einsminuseins) und das Verständnis der dezimalen Ordnung (vgl. **AK3**) unseres Zahlensystems. Auch hier ist es wichtig, den Lösungsweg zu kommentieren.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Diese Übung spielt sich bereits ohne konkrete Handlung auf einer gedanklichen Ebene ab. Unterstützt wird der Prozess durch Hinweise wie: „Denke an die leichte Aufgabe“ oder „Wie heißt die leichte Aufgabe?“ Die Bildung von Analogien stellt eine wichtige Grundstrategie dar, die das Rechnen erleichtert und zählendes Rechnen überflüssig macht.

Beispielaufgaben:

$13 + 5 =$	$30 + 4 =$	$15 - 3 =$
$3 + 5 =$	$10 + 4 =$	$5 - 3 =$
$23 + 5 =$	$70 + 4 =$	$65 - 3 =$

Wie heißt die leichte Aufgabe, die in $65 - 3$ steckt?



Ich weiß: $5 - 3 = 2$.
Bei der schwierigeren Aufgabe kommen nur 6 Zehner dazu:
 $65 - 3 = 62$.

Verdoppeln und Nachbaraufgaben

1



Worum geht es?

Verdopplungsaufgaben werden für die Lösung von Nachbaraufgaben genutzt. Dazu wird die gegebene Verdopplungsaufgabe durch Hinzufügen oder Wegnehmen eines Plättchens verändert. Es können aus jeder Verdopplungsaufgabe (hier $7 + 7$) insgesamt 4 Aufgaben abgeleitet werden ($7 + 8$, $8 + 7$, $6 + 7$ und $7 + 6$). Ziel ist, dass die Kinder in solchen Aufgaben Verdopplungsaufgaben erkennen und nutzen (vgl. **AK 2**).



Worauf ist zu achten?

Zunächst erläutert die Lehrkraft am Rechenschiffchen (hier $7 + 7$) die Aufgabenstellung (siehe Rückseite). Die Kinder führen die Handlung nach den Handlungskarten „Oben eins mehr“ etc. durch und schreiben die Aufgaben anschließend auf: „Aus $7 + 7 = 14$ wird $8 + 7 = 15$.“



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Die Ausführung der Handlungen („ein Plättchen mehr“ bzw. „ein Plättchen weniger“) stellt eine wichtige Grundlage für das Verständnis des Ableitungsprozesses dar. Anschließend ziehen die Kinder eine Handlungskarte, verändern aber die Plättchenmenge nicht mehr, sondern stellen sich die Handlung nur noch vor. Die Verdopplungsaufgabe im Rechenschiffchen bleibt dabei sichtbar. Die Kinder schreiben die Aufgaben auf und erklären ihren Rechenweg. Mit anderen Verdopplungsaufgaben wird im gegebenen Sinne weitergearbeitet. Anschließend erfolgt die Umkehrung der Aufgabenstellung: Welche Verdopplungsaufgabe steckt in der Aufgabe $7 + 8$? Hier schließt **AK 2** an.

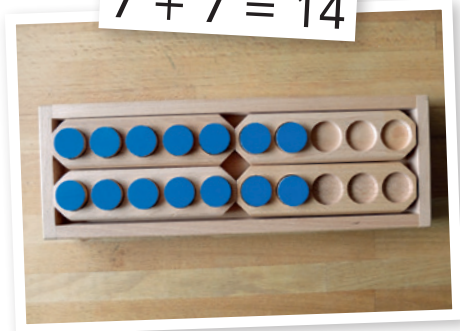
Verdoppeln und Nachbaraufgaben

1

Material: Rechenschiffchen, 4 Handlungskarten, Verdopplungsaufgaben

Ziehe eine Handlungskarte und verändere die Plättchenmenge im Rechenschiffchen. Wie heißen die neue Aufgabe und das Ergebnis?

$$7 + 7 = 14$$



Oben eins
mehr ...

→ Aus $7 + 7 = 14$ wird $8 + 7 = 15$.

Unten eins
mehr ...

→ Aus $7 + 7 = 14$ wird $7 + 8 = 15$.

Oben eins
weniger ...

→ Aus $7 + 7 = 14$ wird $6 + 7 = 13$.

Unten eins
weniger ...

→ Aus $7 + 7 = 14$ wird $7 + 6 = 13$.

Idee nach: Häsel-Weide, Nührenböcker u. a., 2013)

Strategie: Verdoppeln und Halbieren ± 1 (oder 2)

2



Worum geht es?

Diese Strategie bietet sich an, wenn die Summanden bzw. der Minuend und Subtrahend nur 1 oder 2 Zahlen voneinander entfernt sind.

Durch das Fragen nach der Verdopplungsaufgabe wird an das Vorwissen von **(AK9)** angeknüpft (hier $6 + 6$). Die komplexere Aufgabe wird daraus abgeleitet ($6 + 6 + 2 = 14$). Natürlich ist hier auch eine Lösung über die Kraft der 5 (Lokalisieren/Erkennen des Zehners) möglich: Also 5 (oben) $+ 5$ (unten) $+ 4 = 14$.



Worauf ist zu achten?

Im gemeinsamen Gespräch wird geklärt, ob das Kind die Verdopplungsaufgabe im Rechenschiffchen erkennt und auswendig weiß. Ist dies nicht der Fall, wird mit **(AK9)** weitergearbeitet.

Bei der Subtraktionsaufgabe $15 - 7$ wird die Halbierungsaufgabe genutzt: $14 - 7 = 7$ (vgl. **AK13**) und anschließend die verwandte Aufgabe $15 - 7 = 8$ gelöst.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere ähnliche Aufgaben mit Material gelöst haben, wird die Verinnerlichung der Handlung durch Verdecken des Rechenschiffchens gefördert. „Stell dir vor, du legst 6 Plättchen in die obere Reihe und 8 Plättchen in die untere Reihe! Was rechnest du?“ Es ist wichtig, dass das Kind den Prozess (seine innere Handlung) beschreibt. Kind B führt währenddessen die von Kind A beschriebenen Handlungen durch.

Strategie: Verdoppeln und Halbieren ± 1 (oder 2)

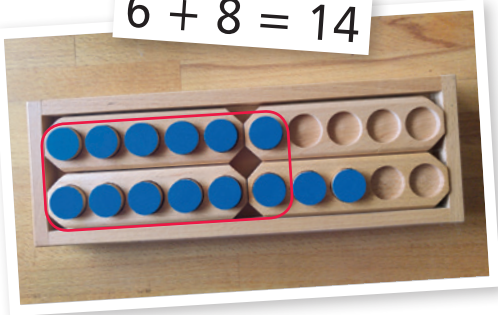
2

Material: Rechenschiffchen

Siehst du eine Verdopplungsaufgabe?

Wenn ich 6 verdopple, erhalte ich 12! Dann addiere ich die restlichen 2 Plättchen und erhalte 14!

$$6 + 8 = 14$$



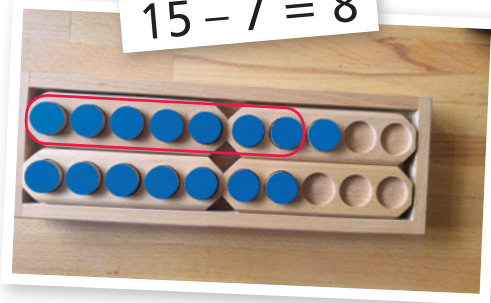
$$6 + 6 = 12$$

$$12 + 2 = 14$$

Siehst du eine Halbierungsaufgabe?

Wenn ich 14 halbiere, erhalte ich 7! Dann addiere ich das übrige Plättchen und erhalte 8.

$$15 - 7 = 8$$



$$14 - 7 = 7$$

$$7 + 1 = 8$$

Kraft der 5 und Ableitungen

3



Worum geht es?

Zunächst ist das sichere Verstehen und schnelle Sehen der Fünferzahlen (Einmaleins der 5) das Ziel. Auf dieser Basis werden dann die Ableitungen „1 mehr/weniger“, „2 mehr/weniger“ und „5 mehr/weniger“ angeboten.



Worauf ist zu achten?

Bevor mit der eigentlichen Aufgabe begonnen wird, erfolgen einige Übungen im Erkennen der Darstellungen von 5, 10, 15 und 20 auf der gegebenen Karte bzw. dem Rechenschiffchen. Anschließend werden die Handlungskarten (1 mehr etc.) gemischt und verdeckt hingelegt. Die Kinder ziehen abwechselnd eine Handlungskarte und suchen sich eine Zahl (hier: 5, 10, 15 oder 20 im Rechenschiffchen) aus und beschreiben ihr Vorgehen. Ist dies zu schwer, kann die Handlung auch praktisch am Rechenschiffchen erfolgen.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

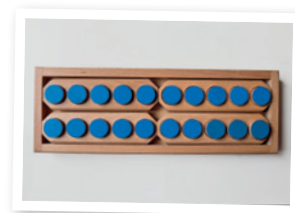
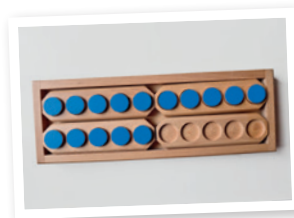
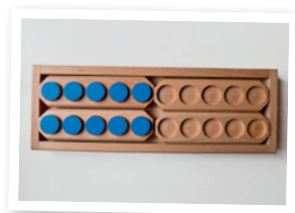
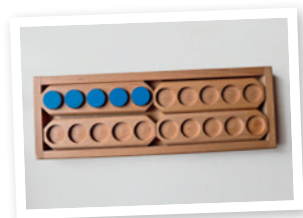
Zunächst orientieren sich die Kinder an der Fünferstruktur des Bildes. Anschließend sollen sie diese Aufgaben ohne die Bilder lösen. Die Kinder müssen sich nun auch die Ausgangsmenge vorstellen und so die gedankliche Handlung vollziehen. Der Partner führt die beschriebenen Handlungen parallel aus. Anschließend werden in Einzelarbeit Handlungskarten gezogen und selbst gefundene Aufgaben aufgeschrieben.

Kraft der 5 und Ableitungen

3

Material: Rechenschiffchen bzw. Karten mit Darstellungen von 5, 10, 15, 20, Handlungskarten

Wähle ein Beispiel, ziehe eine Handlungskarte und rechne die entsprechende Aufgabe aus!



1 mehr ...

2 mehr ...

5 mehr ...

$$10 + 2 = 12$$

1 weniger ...

2 weniger ...

5 weniger ...

$$20 - 5 = 15$$



Worum geht es?

Wenn die Menge 5 und ihre Verdopplung zur 10 von den Kindern beim Rechnen als hilfreiche Strategie erkannt wurde, ist es wichtig, dieses Wissen beim Rechnen bis 20 zu nutzen. Im Rechenschiffchen ist dies bei der Aufgabe $5 + 8$ sehr gut zu erkennen: $5 + 8 = 5 + 5 + 3 = 10 + 3 = 13$.

Wird die Aufgabe $12 - 7$ gelesen als $(5 + 5 + 2) - (5 + 2)$, ist das Ergebnis 5 leicht ablesbar. Hier findet das Distributivgesetz Anwendung.



Worauf ist zu achten?

Es sollte keinesfalls zu früh von der „Fingerebene“ (vgl. **AK8**) auf das Zwanzigerfeld übergegangen werden. Erst wenn die Handlung vollständig im Kopf durchgeführt und die Fünferstruktur erkannt ist, werden die Zahlen am Zwanzigerfeld dargestellt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material gelöst und die zugrunde liegende Strategie verstanden haben, lösen sie die Aufgaben ohne Material: „Stell dir vor, du legst 5 Plättchen in die obere Reihe und 8 Plättchen in die untere Reihe! Wie viele sind es insgesamt? Beschreibe, wie du rechnest.“ Kind B führt währenddessen die von Kind A beschriebenen Handlungen durch. Weitere Automatisierungsübungen schließen sich an.

Strategie: Die Kraft der 5

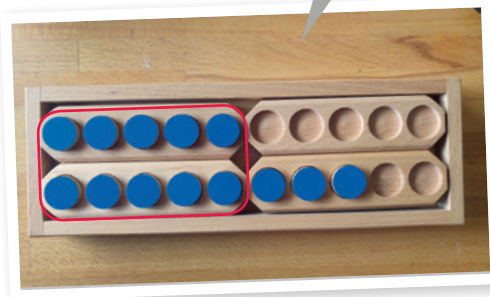
4

Material: Rechenschiffchen, Aufgabenkarten

$$5 + 8$$

Kannst du im Rechenschiffchen leicht einen Zehner finden?

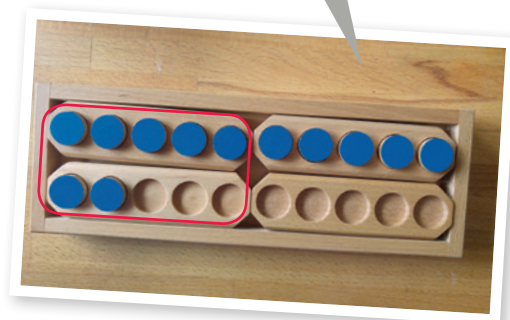
Die beiden Fünferschiffchen haben zusammen 10 Plättchen; $10 + 3 = 13$ Plättchen insgesamt.



$$12 - 7$$

Kannst du die 7 Plättchen, die du wegnehmen sollst, im Rechenschiffchen sehen?

Ich nehme ein Fünferschiffchen und 2 Plättchen weg. Übrig bleibt ein Fünferschiffchen: $12 - 7 = 5$.



Addition und Subtraktion von 10 ($4 + 10$ und $14 - 10$)

5



Worum geht es?

Die Fähigkeit zur Addition und Subtraktion von 10 ist eine wichtige Voraussetzung für das weiterführende Rechnen. Besonders bei der Strategie „Kraft der 10“ gestattet sie Ableitungen zur Addition und Subtraktion von Zahlen wie 9, 8 oder auch 11, 12 und damit eine Erleichterung der Lösungsfindung bei diesen Aufgaben. Dies gilt für alle Aufgaben bis 100 (z.B. $56 + 10$ oder $66 - 10$), weil damit Aufgaben wie $56 + 9$ bzw. $66 - 9$ abgeleitet werden können (vgl. **AK11** und **AK14**).



Worauf ist zu achten?

Im Rechenschiffchen lassen sich Addition und Subtraktion von 10 leicht darstellen, wenn 10 Plättchen (zwei Fünferschiffchen) in eine Reihe oder untereinander gelegt werden. Die Erkenntnis, dass der Einer bei Addition und Subtraktion von 10 immer erhalten bleibt ($4 + 10 = 14$), muss durch ein Gespräch darüber, das an die Handlung anschließt, gesichert werden. Dazu sollten die Aufgaben aufgeschrieben werden. „Welche Zahlen verändern sich bei der Addition bzw. Subtraktion von 10 und warum ist dies so?“ Geschieht diese Reflexion nicht, besteht die Gefahr, dass die Kinder beim Notieren der Rechnung „rein schematisch“ und unverstanden nur die Zehnerstelle im Ergebnis verändern.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Auch bei diesem Aufgabentyp schließt die Verinnerlichung durch das Verdecken des Rechenschiffchens an. „Stell dir vor, du legst 4 Plättchen ins Rechenschiffchen und dann noch 10 dazu. Wie machst du dies und was rechnest du?“ Das Kind A erklärt seinen Rechenweg, während Kind B die entsprechende Handlung vollzieht.

Addition und Subtraktion von 10 ($4 + 10$ und $14 - 10$)

5

Material: Rechenschiffchen, evtl. Aufgabenkarten

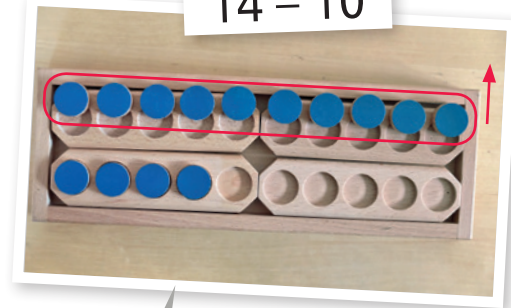
Beschreibe, wie du die Aufgaben im Rechenschiffchen löst!

$$4 + 10$$

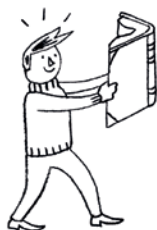


Ich lege zuerst 4 Plättchen in die obere Reihe und dann noch 10 in die untere Reihe. Dann sehe ich, dass es 14 Plättchen sind:
 $4 + 10 = 14$.

$$14 - 10$$



Ich lege 10 Plättchen in die obere Reihe und noch 4 Plättchen in die untere Reihe. Wenn ich die 10 Plättchen aus der oberen Reihe wegnehme, bleiben nur noch 4 Plättchen übrig: $14 - 10 = 4$.



Worum geht es?

Mit der Kraft der 10 können Aufgaben wie $6 + 9$ oder $14 - 9$ aus den Aufgaben $6 + 10$ und $14 - 10$ abgeleitet werden. Dies wird am Beispiel der Aufgaben $6 + 9 = 6 + 10 - 1 = 15$ oder $14 - 9 = 14 - 10 + 1 = 5$ deutlich.

Addition und Subtraktion mit Hilfe der Kraft der 10 haben den Vorteil, dass nur die Kenntnis der Zerlegungen der 10 hier von Bedeutung ist, und zwar sowohl bezogen auf die Addition als auch die Subtraktion.

Für Kinder, die Probleme mit der Speicherung aller Zerlegungen der Zahlen 2 bis 9 haben, kann diese Strategie sehr hilfreich sein.



Worauf ist zu achten?

Grundsätzlich ist jede Aufgabe bis 20 mit dieser Strategie lösbar. Wenn es sich aber um einen kleineren Summanden bzw. Minuenden handelt, bieten andere Strategien, z. B. „Verdoppeln ± 1 oder 2“, geschicktere Zugänge (vgl. **AK2** und **AK4**). Wichtige Voraussetzung für den Erfolg dieser Strategie ist es, dass die Kinder Aufgaben vom Typ $6 + 10 = 16$ bzw. $16 - 10 = 6$ sicher rechnen können (vgl. **AK5**).



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Diese Arbeitskarte setzt, anknüpfend an das Wissen von **AK5**, sofort auf der rechnerischen Ebene – ohne äußere Handlung mit Material – an. Die neue Rechenleistung beruht auf der Erkenntnis, dass von der Lösung der Aufgabe $6 + 10 = 16$ so viel subtrahiert werden muss, wie die Differenz des Summanden zu 10 beinhaltet: hier also $6 + (10 - 1) = 15$.

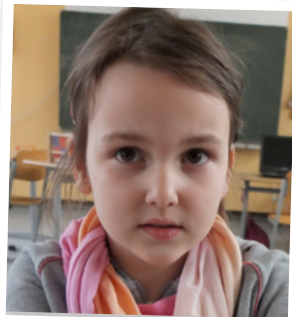
Strategie: Die Kraft der 10

6

Material: evtl. Aufgabenkarten

Rechne zuerst $6 + 10$!

$$6 + 9$$



Ich rechne zuerst die leichte Aufgabe $6 + 10 = 16$. Ich weiß, dass 9 um eins weniger als 10 ist. Also muss ich von 16 noch eins wegnehmen: $16 - 1 = 15$.

Hilft es dir, wenn du zuerst $14 - 10$ rechnest?

$$14 - 9$$

Ich rechne zuerst die leichte Aufgabe: $14 - 10 = 4$. Ich weiß, dass 9 um eins weniger als 10 ist. Also muss ich noch eins dazu rechnen: $4 + 1 = 5$.

Strategie: Gegensinniges Verändern

7



Worum geht es?

Das „gegensinnige Verändern“ ist eine sinnvolle Strategie, wenn bei der Addition der Abstand zwischen den beiden Summanden genau zwei beträgt, z.B. $6 + 8 = 14$. **AK7** knüpft damit an **AK6** an. Durch Veränderung beider Summanden um jeweils 1 entsteht die Verdopplungsaufgabe: $7 + 7 = 14$. Diese Strategie baut auf der sicheren Kenntnis der Verdopplungen auf. Natürlich kann diese Aufgabe genauso gut mit der Strategie „Verdoppeln + 2“ ($6 + 6 + 2 = 14$) (vgl. **AK2**) gelöst werden.



Worauf ist zu achten?

Wenn das Kind 6 Plättchen und 8 Plättchen in das Rechenschiffchen gelegt hat, ist unter Umständen die Frage hilfreich: „Kannst du aus der Aufgabe $6 + 8$ eine Verdopplungsaufgabe machen?“ Wenn sich das Kind die Umlegung des einen Plättchens noch nicht im Kopf vorstellen kann, wird dieser Vorgang zunächst am Material ausgeführt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

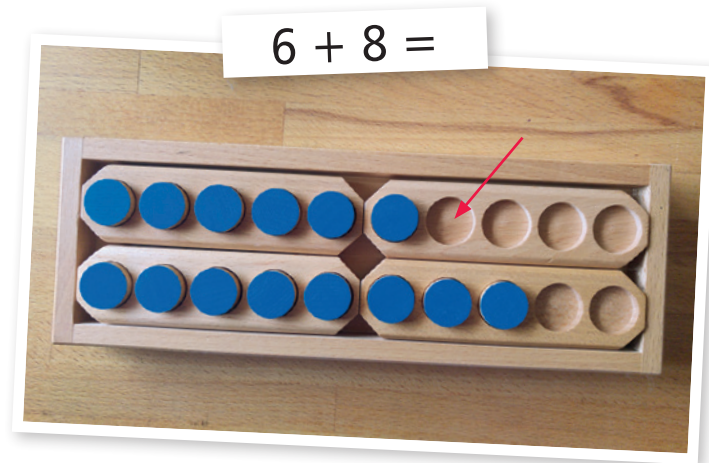
Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material gelöst haben, wird die Verinnerlichung durch Verdecken des Rechenschiffchens gefördert. „Stell dir vor, du legst 5 Plättchen in die obere Reihe und 7 Plättchen in die untere Reihe! Was rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, dass das Kind sein inneres Bild beschreibt. Kind B sollte währenddessen die von Kind A beschriebenen Handlungen durchführen. Natürlich ist es auch möglich, mit Aufgaben bis 10 zu beginnen: $2 + 4 = 3 + 3 = 6$.

Strategie: Gegensinniges Verändern

7

Material: Rechenschiffchen, evtl. Aufgabenkarten

Beschreibe, wie du die Aufgabe im Rechenschiffchen löst!



Ich lege das achte Plättchen aus der unteren Reihe in die obere Reihe hinein, sodass eine Verdopplungsaufgabe entsteht: Diese Aufgabe kann ich auswendig: $7 + 7 = 14$.

↓

$$7 + 7 =$$



Worum geht es?

Das Teilschrittverfahren kann bei allen Additions- und Subtraktionsaufgaben mit Überschreitung des Zehners angewendet werden. Voraussetzung ist aber, dass beim Kopfrechnen u. a. alle Zerlegungen der Zahlen 2 bis 9 sicher beherrscht werden und automatisiert sind (insgesamt 45). Dies ist besonders für Kinder mit starken Schwierigkeiten beim Rechnen eine große Herausforderung. In der Kartei werden deshalb die Strategien „Kraft der 5“, „Kraft der 10“ und das „Verdoppeln ± 1 oder 2“ als „einfachere“ Strategien vorrangig angeboten (vgl. **AK2**, **AK4** und **AK6**).



Worauf ist zu achten?

Solange die Handlung mit Material ausgeführt wird, sind die Zerlegungen direkt ablesbar (siehe das Beispiel auf der Rückseite, $8 + 4 =$). Beim Kopfrechnen wird es schwieriger: Bei der Additionsaufgabe muss zunächst die Ergänzung bis 10 erfolgen und dann die sinnvolle Zerlegung des 2. Summanden (im Beispiel wird die 4 in $2 + 2$ zerlegt) mitgedacht werden. Dann schließt die Addition von 10 und 2 an: $10 + 2 = 12$. Auch bei der Subtraktionsaufgabe muss der Minuend sinnvoll zerlegt werden.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Nachdem die Kinder mehrere Aufgaben im Rechenschiffchen sicher gelöst haben, beginnt die Verinnerlichung der Handlung: „Stell dir vor, du legst 9 blaue Plättchen und dann noch 5 rote Plättchen ins Rechenschiffchen! Was rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, dass das Kind zunächst die einzelnen Schritte seiner gedachten Handlung ausführlich beschreibt. Kind B führt währenddessen die von Kind A beschriebenen Handlungen durch. Diese Phase der Vorstellung und Beschreibung der konkreten Handlung muss gut verstanden und verinnerlicht sein. Die Abstraktion zum verkürzten Kopfrechnen stellt einen weiteren Schritt dar, darf aber nicht zu früh erfolgen.

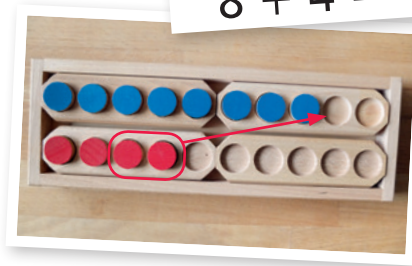
Strategie: Teilschrittverfahren

8

Material: Rechenschiffchen, evtl. Aufgabenkarten

Beschreibe, wie du die Aufgabe im Rechenschiffchen löst!

$$8 + 4 =$$



Zuerst mache ich den ersten Zehner voll: Ich lege also von den 4 roten Plättchen 2 Plättchen in die obere Reihe. Dann habe ich 10 und es bleiben in der unteren Reihe noch 2 rote Plättchen liegen. Insgesamt sind es dann also 12: $8 + 4 = 12$.

$$13 - 6 =$$



Ich nehme zuerst die 3 Plättchen aus der unteren weg. Übrig bleiben dann 10 Plättchen ($13 - 3 = 10$). Insgesamt muss ich aber 6 Plättchen wegnehmen. 6 kann ich zerlegen in $3 + 3$. Deshalb nehme ich jetzt noch 3 Plättchen vom vollen Zehner weg. Es bleiben 7 Plättchen übrig: $13 - 6 = 7$.



Worum geht es?

Hier wird das Aufgabenformat Zahlenmauer genutzt, um Rechenstrategien zu erkennen und zu üben. Erkennt das Kind schon, wenn die Steine 5 und 7 heißen, dass hier die Strategie „Verdoppeln + 2“ hilfreich ist, oder wendet es eher die „Kraft der 5“ an? Es gibt natürlich auch die Möglichkeit, dass die Kinder sich selbst Zahlenmauern in der gegebenen Struktur ausdenken und so ihr Rechnenniveau selbst bestimmen. Die Aufgaben B und C sind gute Anlässe, um über Zahlbeziehungen zu sprechen.



Worauf ist zu achten?

Zunächst wird eine fertig ausgerechnete Zahlenmauer gegeben, deren Aufbauregel von dem Kind entdeckt werden soll. Ein Anlass zum Nachdenken, zum Argumentieren und zum Rechnen. „Erzähle mir, was du überlegst!“

Anschließend sollten sich die Lehrkraft und die Kinder auf einheitliche Bezeichnungen einigen (z.B. Grundstein, mittlere Steine, Deckstein).

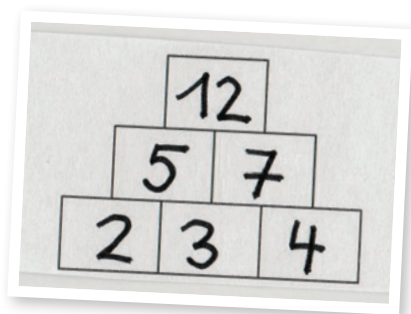


Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Zahlenmauern zu bearbeiten, heißt, sich schon auf der Stufe des Kopfrechnens zu bewegen. Die Handlungen mit dem Material müssen hier schon verinnerlicht sein. Wird gezählt, dann ist es notwendig, zu den Handlungen mit Material oder auch dem „Fingerklappen“ zurückzukehren.

Material: Zahlenmauern

Könnt ihr mir sagen,
was ich gerechnet habe?



Du hast immer zwei Zahlen
aus den unteren Steinen
plus gerechnet.

Dann hast du das Ergebnis in
den Stein darüber geschrieben!

A Die Lehrkraft zeigt den Kindern die gegebene Zahlenmauer. Die Kinder suchen die Bildungsregel und überprüfen die jeweiligen Ergebnisse. Zunächst rechnen die Kinder einige Zahlenmauern, in denen die Basiszahlen gegeben sind, aus. Die Deckzahlen sollten zunächst den Zahlenraum bis 20 nicht überschreiten.

B Folgende Aufgabenstellung kann anschließend: Trage in die unteren Mauersteine die Zahlen 1, 2, 3 (oder auch 4, 5, 6) in unterschiedlicher Reihenfolge ein und rechne sie aus. Was fällt dir dabei auf? Wie viele Zahlenmauern kannst du finden?

C Folgende Aufgabenstellungen regen die Schüler(innen) zu Eigenproduktionen an: „Erfinde selbst Zahlenmauern und rechne sie aus!“, „Erfinde Zahlenmauern, die im Deckstein eine 10 ... haben!“



Worum geht es?

Mit diesem Aufgabenformat werden Zahlzerlegungen, das Ergänzungsverfahren und die Addition/Subtraktion geübt. Das Rechendreieck ist bereits im Zahlenraum bis 10 sinnvoll einsetzbar. Benachbarte innere Felder (Innenzahlen) werden addiert und das Ergebnis außen (Außenzahlen) aufgeschrieben. Folgende Anordnungen der Zahlen bieten sich an: a) Alle Innenzahlen sind gegeben. Hier geht es um das geschickte Addieren. b) Strategien des Ergänzens werden geübt durch die Vorgabe von einer Innenzahl und zwei Außenzahlen. c) Sind nur die Außenzahlen gegeben, müssen die Kinder die Innenzahlen durch Probieren entdecken.



Worauf ist zu achten?

Es wird mit dem fertig ausgerechneten Rechendreieck begonnen, dessen Aufbauregel von den Kindern entdeckt werden soll. Bei dieser Karte liegt der Schwerpunkt auf der Anwendung der zuvor gelernten Strategien. Um die Gedanken der Kinder beim Rechnen dabei zu verstehen, ist es wichtig, nach den angewandten Rechenstrategien zu fragen. Wie hast du denn die Zahlen addiert (Frage nach der angewandten Strategie: hier $6 + 7$). Woher weißt du, dass das gesuchte Ergebnis 13 heißt?



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

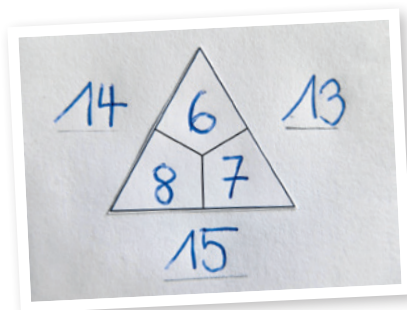
Rechendreiecke können auch auf der Handlungsebene mit Material (Plättchen, Muggelsteine o.ä.) bearbeitet werden. Dazu werden statt der Innenzahlen Plättchen etc. gelegt. Die Reflexion der Lösung mit der Frage: „Wie hast du das gerechnet?“ hilft, die Rechenwege der Kinder zu verstehen und Stolpersteine bzw. geschickte Überlegungen zu erkennen.

Das Zahlenmaterial in den Rechendreiecken kann von der Lehrkraft entsprechend dem zu übenden Unterrichtsgegenstand ausgewählt werden.

Material: 1 ausgerechnetes Rechendreieck, verschiedene Rechendreiecke

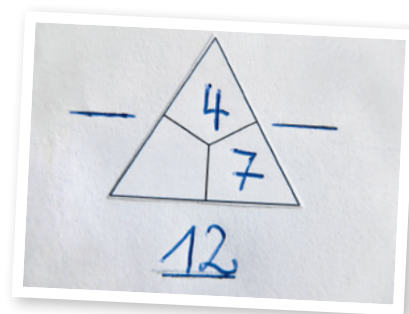
Die Lehrkraft zeigt den Kindern das Rechendreieck.

Könnt ihr mir sagen,
was ich gerechnet
habe?



Ich sehe $6 + 7$.
Da steckt $6 + 6 = 12$
drin ...

- A** Die Lehrkraft präsentiert ein Rechendreieck, bei dem alle Innenzahlen gegeben sind.
- B** Die Lehrkraft präsentiert andere Rechendreiecke, bei denen eine Kombination aus Innen- und Außenzahlen vorgegeben ist. Die Kinder berechnen Summen bzw. Differenzen, schreiben die Ergebnisse auf und begründen ihren Rechenweg.
- C** Ein Kind denkt sich selbst ein Rechendreieck aus. Das Partnerkind berechnet die fehlenden Zahlen und beschreibt seinen Rechenweg.
- D** Die Lehrkraft zeigt nun Rechendreiecke mit ausschließlich äußeren Zahlen. Diese sind anspruchsvoll und interessant. Zunächst können sie nur probierend oder mit Material gelöst werden.





Worum geht es?

Bei dieser Übung steht das geschickte Berechnen von Plusaufgaben mit Zehnerzahlen und Plusaufgaben mit Einern (ohne Überschreitung) im Zahlenraum bis 100 im Fokus: Zu einer gegebenen Zahl (hier 44) sollen entweder ein Zehner, mehrere Zehner oder alle Einer bis zum nächsten Zehner addiert werden: z. B. $44 + 10$, $44 + 30$ oder $44 + 6$. Das gesicherte Operationsverständnis dieser Aufgabenformate ist die Voraussetzung für das Nutzen von Zahlbeziehungen und das Ableiten von „schwierigeren“ Additionsaufgaben: Wenn ich eine Operationsvorstellung für $44 + 30 = 74$ entwickelt habe, ist die Aufgabe $44 + 29 = 73$ leicht lösbar.



Worauf ist zu achten?

Es ist sinnvoll, mit einer Punktemenge zu beginnen und alle Handlungsanweisungen auf diese anzuwenden. Ist dies verstanden, werden weitere Punktemengen gelegt und Handlungskarten (verdeckt) gezogen. Die Kinder nennen die Aufgabe, beschreiben ihren Rechenweg und bestimmen das Ergebnis.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

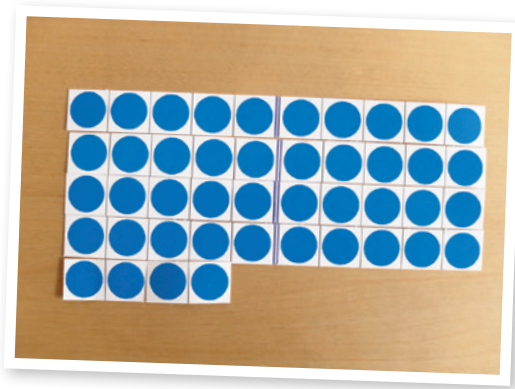
Zunächst wird die Handlungsanweisung mit Material ausgeführt und berechnet. Wenn das sicher beherrscht wird, erfolgt die Handlung nur noch in der Vorstellung (mit Blick auf die Menge). Wenn das Kind die Aufgaben auf diese Weise sicher löst, werden die Ausgangsmengen zunächst in Zahlenform präsentiert, bevor die Aufgaben nur noch genannt werden. Dies stellt einen weiteren Schritt in Richtung „sicheres Kopfrechnen“ dar.

Additionsaufgaben bis 100 (Zahlenblick schulen)

11

Material: Punktematerial, Handlungskarten

Ziehe eine Handlungskarte und füge immer die angegebene Anzahl zu der Punktemenge hinzu! Nenne dann Aufgabe und Ergebnis!



Einen Zehner
mehr ...



$$44 + 10 = 54$$

Viele Zehner
mehr ...



$$44 + 30 = 74$$

Ein Einer
mehr ...



$$44 + 1 = 45$$

Alle Einer bis
zum nächsten
Zehner mehr ...



$$44 + 6 = 50$$

Idee nach: Häsel-Weide, Nührenbörger u. a., 2013)

Addition mit Übergang (27 + 8)

12



Worum geht es?

Die Aufgabe $27 + 8$ kann auf verschiedene Weise gelöst werden. Im Beispiel werden vier mögliche Rechenwege vorgestellt, die an bekannte Strategien anknüpfen: „Kraft der 5“ (AK4), „Verdoppeln ± 1 “ (AK2), „Kraft der 10“ (AK6) und „Teilschrittverfahren“ (AK8). Das Teilschrittverfahren ist das anspruchsvollste (vgl. AK8), weil es u.a. die sichere Zerlegung aller Zahlen von 2 bis 9 erfordert. Deshalb sollte der Schwerpunkt der Förderarbeit auf einer Unterstützung der „einfachen“ Strategien (AK2, AK4 und AK6) liegen.



Worauf ist zu achten?

Für die Förderarbeit ist es wichtig, zu beobachten, welchen Rechenweg das Kind wählt. Denn je nach Strategie wird das Punktematerial unterschiedlich gelegt und entsprechend gerechnet. Es ist entscheidend, dass an diesen Rechenweg angeknüpft wird. Wichtig ist, dass das Kind seine Handlungen beschreibt. Die Aufforderung: „Erzähle mir, was du gerade denkst/machst?“ informiert die Lehrerin und das andere Kind über den Denkprozess. Hilfestellungen erfolgen zunächst vom anderen Kind, bevor die Lehrkraft unterstützend eingreift.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material auf ihrem Rechenweg gelöst haben, erfolgt anschließend die Verinnerlichung der Handlung durch Verdecken des Materials, z.B.: „Stell dir vor, du legst die Zahl 46 mit Zehnern und Einern und noch 6 Einer dazu. Wie rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, die Übung in Partnerarbeit durchzuführen. Kind A beschreibt seinen Rechenweg ohne Sicht auf das Material. Kind B handelt nach Anweisung. Gemeinsam wird das Ergebnis kontrolliert.

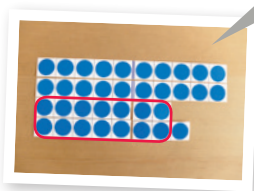
Addition mit Übergang (27 + 8)

12

Material: Punktematerial

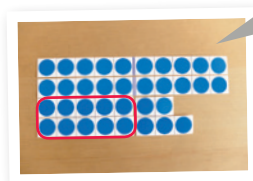
Lege die Aufgabe 27 + 8!
Erkläre, wie du sie rechnest!

Verdoppeln +/- 1



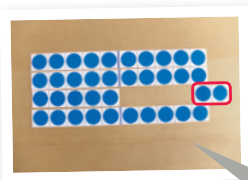
Zuerst lege ich 27 Punkte:
2 Zehner und 7 Einer. Dann lege
ich noch 8 Punkte darunter. Nun
sehe ich eine Verdopplungsauf-
gabe: $7 + 7 = 14$ und noch ei-
nen einzelnen Punkt. Insgesamt
sind es also $20 + 14 + 1 = 35$
Punkte.

Kraft der 5



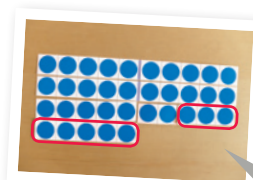
Zuerst lege ich 27 Punkte:
2 Zehner und 7 Einer. Dann lege
ich noch 8 Punkte darunter. Jetzt
sehe ich, dass ein neuer Zehner
(2 Fünfer untereinander) entstan-
den ist. Es sind dann insgesamt
3 Zehner und 5 einzelne Punkte:
 $20 + 10 + 5 = 35$ Punkte.

Kraft der 10



Zuerst lege ich 27 Punkte:
2 Zehner und 7 Einer. Dann lege
ich noch einen Zehner dazu: Das
sind aber 2 Punkte mehr als 8.
Deshalb muss ich jetzt 2 Punkte
wegnehmen. Es bleiben dann
35 Punkte: $27 + (10 - 2) = 35$
Punkte.

Teilschrittverfahren



Zuerst lege ich 27 Punkte:
2 Zehner und 7 Einer. Dann ma-
che ich den dritten Zehner voll:
Ich lege (ergänze) also zu den 7
Plättchen noch 3 Plättchen dazu.
Dann muss ich noch 5 Plättchen
in die nächste Reihe legen, weil
ich ja insgesamt 8 addieren soll:
 $27 + 3 + 5 = 35$ Punkte.

Subtraktionsaufgaben bis 100 (Zahlenblick schulen)

13



Worum geht es?

In dieser Arbeitskarte wird das geschickte Ausrechnen von „leichten“ Minusaufgaben im Zahlenraum bis 100 geübt: Von einer gegebenen Zahl (hier 44) sollen entweder alle Einer, ein Zehner, alle Zehner oder eine 1 subtrahiert werden: z.B. $44 - 4$, $44 - 10$, $44 - 40$ und $44 - 1$. Die sichere Kenntnis dieser Aufgabentypen ist Voraussetzung für das Ableiten von schwierigeren Subtraktionsaufgaben. Wenn das Kind die oben genannten Aufgaben als einfach empfindet und sicher rechnen kann, dann ist auch die Aufgabe $44 - 5 = 39$ leichter lösbar.



Worauf ist zu achten?

Es ist sinnvoll, mit einer Punktemenge zu beginnen und alle Handlungsanweisungen bei dieser anzuwenden. Ist dies verstanden, werden weitere Punktemengen gelegt und Handlungskarten (verdeckt) gezogen. Die Kinder formulieren die entsprechende Aufgabe, beschreiben ihren Rechenweg und nennen das Ergebnis.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Zunächst wird die Handlung mit dem Material ausgeführt. Wenn genug Erfahrungen gesammelt worden sind, wird auf die konkrete Handlung (das Wegnehmen) verzichtet. Die Handlung erfolgt dann nur noch – mit Blick auf die Punktemenge – in der Vorstellung.

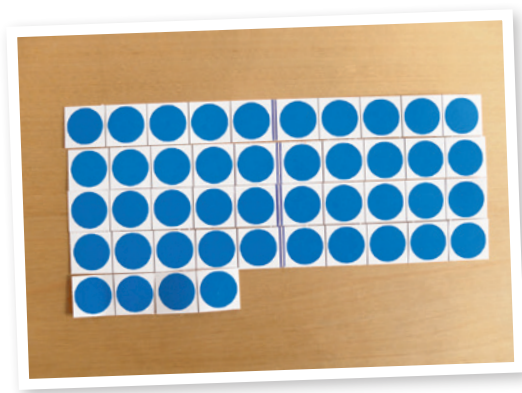
Wenn die Aufgaben sicher gelöst werden, wird statt der Punktemenge nur noch die Zahl gezeigt.

Subtraktionsaufgaben bis 100 (Zahlenblick schulen)

13

Material: Punktematerial, Handlungskarten

Ziehe eine Handlungskarte und nimm immer die angegebenen Punkte weg!
Nenne die Aufgabe und das Ergebnis!



Alle Einer
weg ...



$$44 - 4 = 40$$

Einen Zehner
weg ...



$$44 - 10 = 34$$

Alle Zehner
weg ...



$$44 - 40 = 4$$

Einen Einer
weg ...



$$44 - 1 = 43$$

Idee nach: Häsel-Weide, Nührenbörger u. a., 2013)

Subtraktion mit Übergang (44 – 9)

14



Worum geht es?

Die Aufgabe 44 – 9 kann auf verschiedene Weise gelöst werden. Im Beispiel werden zwei mögliche Rechenwege vorgestellt, die an bekannte Strategien anknüpfen: „Kraft der 10“ und „Teilschrittverfahren“.



Worauf ist zu achten?

Für die Förderarbeit ist es wichtig, zu beobachten, welchen Rechenweg das Kind wählt. Denn je nach Strategie wird das Punktematerial unterschiedlich gelegt und entsprechend gerechnet. Es ist entscheidend, dass an diesen Rechenweg dann angeknüpft wird. Wichtig ist, dass das Kind seine Handlungen beschreibt und begründet. Die Aufforderung: „Erzähle mir, was du gerade denkst/machst?“ informiert die Lehrkraft und das andere Kind über den Denkprozess. Hilfestellungen erfolgen zunächst vom anderen Kind, bevor die Lehrkraft unterstützend eingreift.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material auf ihrem Rechenweg gelöst haben, erfolgt anschließend die Verinnerlichung der Handlung durch Verdecken des Materials, z.B.: „Stell dir vor, du legst 56 Punkte und nimmst dann 8 weg. Was rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, die Übung in Partnerarbeit durchzuführen. Kind A beschreibt seinen Rechenweg ohne Sicht auf den das Material. Kind B handelt nach Anweisung. Gemeinsam wird das Ergebnis kontrolliert.

Subtraktion mit Übergang (44 – 9)

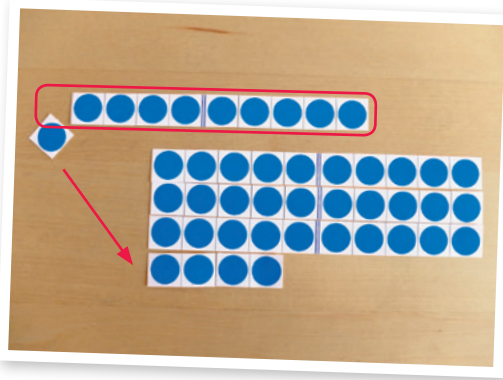
14

Material: Punktematerial

Lege die Aufgabe $44 - 9$ und erkläre, wie du sie rechnest!

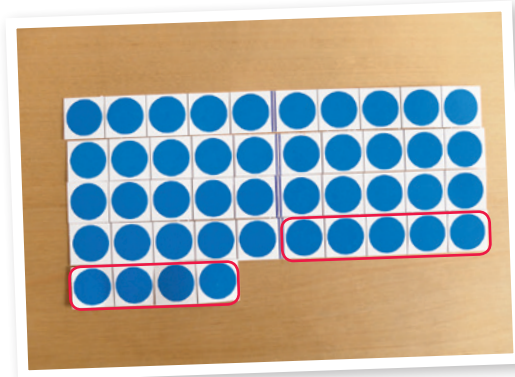
Kraft der 10

Ich nehme zuerst einen Zehner weg: $44 - 10 = 34$.
Ich habe damit einen Punkt zu viel weggenommen.
Diesen Punkt muss ich nun wieder dazugeben:
 $34 + 1 = 35$.



Teilschrittverfahren

Ich nehme zuerst die 4 einzelnen Punkte weg. Übrig bleiben dann noch 4 Zehner. Insgesamt muss ich aber 9 Punkte wegnehmen. Ich nehme noch 5 Punkte weg, denn $4 + 5 = 9$. Es bleiben 35 Punkte übrig:
 $44 - 4 - 5 = 35$.



Addition zweistelliger Zahlen mit Übergang ($55 + 38$)

15



Worum geht es?

Die Aufgabe $55 + 38$ kann auf verschiedene Weise gelöst werden. Im Beispiel werden drei mögliche Rechenwege vorgestellt, die an bekannte Strategien anknüpfen: „Kraft der 10“ (AK6) und „Teilschrittverfahren“ (AK8) und „Kraft der 5“ (AK4). Die Verwendung der anderen vorgestellten Strategien (vgl. AK2 „Verdoppeln und Halbieren ± 1 “ und AK7 „Gegensinniges Verändern“) ist bei dieser Aufgabe nicht sinnvoll.



Worauf ist zu achten?

Für die Förderarbeit ist es wichtig, zu beobachten, welchen Rechenweg das Kind wählt. Denn je nach Strategie wird das Punktematerial unterschiedlich gelegt und entsprechend gerechnet. An diesen Weg wird dann angeknüpft. Wichtig ist, dass das Kind seine Handlungen beschreibt und begründet. Die Aufforderung: „Erzähle mir, was du gerade denkst/machst!“ informiert die Lehrerin und das andere Kind über den Denkprozess. Hilfestellungen erfolgen zunächst vom anderen Kind, bevor die Lehrkraft unterstützend eingreift. Es ist hilfreich, wenn das Kind die Aufgabe vor Augen hat.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material auf ihrem Rechenweg gelöst haben, wird die Verinnerlichung durch Verdecken des Materials gefördert, z.B.: „Stell dir vor, du legst 47 Punkte und noch 26 dazu. Was rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, die Übung in Partnerarbeit durchzuführen. Kind A beschreibt seinen Rechenweg ohne Sicht auf das Material. Kind B handelt nach Anweisung. Gemeinsam wird das Ergebnis kontrolliert.

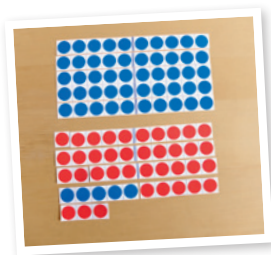
Addition zweistelliger Zahlen mit Übergang ($55 + 38$)

15

Material: Punktematerial

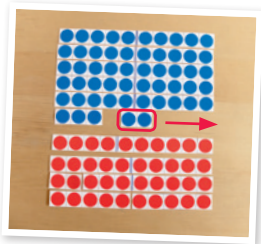
Lege die Aufgabe $55 + 38$!
Erkläre, wie du rechnest!

Teilschrittverfahren



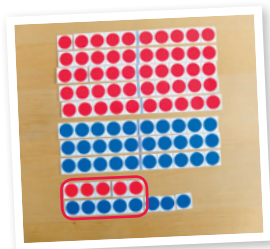
Zuerst lege ich 5 Zehner und 3 Zehner. Das macht zusammen 80. Dann lege ich die 5 Einer dazu. Nun ergänze ich 5 Einer bis zum nächsten vollen Zehner: $85 + 5 = 90$. Weil ich aber insgesamt 8 Einer dazutun soll, rechne ich $90 + 3 = 93$.

Kraft der 10



Zuerst lege ich 55 Punkte aus. Dann füge ich noch 4 Zehner dazu: $55 + 40 = 95$. Das sind 2 mehr als in der Aufgabe steht. Also muss ich die 2 Punkte von 95 wegnehmen: Ich rechne $95 - 2 = 93$.

Kraft der 5



Zuerst lege ich 5 Zehner und 3 Zehner: $50 + 30 = 80$. Darunter lege ich 5 Einer und darunter noch einmal 8 Einer. Nun sehe ich einen neuen Zehner und noch 3 einzelne Punkte. Ich rechne $80 + 10 + 3 = 93$.

Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Übergang (64 – 28) 16



Worum geht es?

Die Aufgabe $64 - 28$ kann auf verschiedene Weise gelöst werden. Im Beispiel werden zwei mögliche Rechenwege vorgestellt, die an bekannte Strategien anknüpfen: „Kraft der 10“ und „Teilschrittverfahren“. Je nach Aufgabentyp kann sich auch die Strategie „Halbieren ± 1 “ anbieten. Im vorliegenden Fall ist das Anwenden dieser Strategien jedoch nicht sinnvoll.



Worauf ist zu achten?

Für die Förderarbeit ist es wichtig, zu beobachten, welchen Rechenweg das Kind wählt. Denn je nach Strategie wird das Punktematerial unterschiedlich gelegt und entsprechend gerechnet. An diesen Rechenweg wird dann angeknüpft. Wichtig ist, dass das Kind seine Handlungen kommentiert. Die Aufforderung: „Erzähle mir, was du gerade denkst/machst“ informiert die Lehrkraft und das andere Kind über den Rechenprozess. Hilfestellungen erfolgen zunächst vom anderen Kind, bevor die Lehrkraft unterstützend eingreift.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Wenn die Kinder mehrere Aufgaben mit Material auf ihrem Rechenweg gelöst haben, wird anschließend die Verinnerlichung der Handlung durch Verdecken des Materials gefördert, z.B.: „Stell dir vor, du legst 53 Punkte und nimmst dann 39 weg. Was rechnest du?“ Auch hier ist es wichtig, die Übung in Partnerarbeit durchzuführen. Kind A beschreibt seinen Rechenweg ohne Sicht auf das Material. Kind B handelt nach Anweisung. Gemeinsam wird das Ergebnis kontrolliert. Die Aufgabe selbst bleibt dabei sichtbar.

Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Übergang ($64 - 28$)

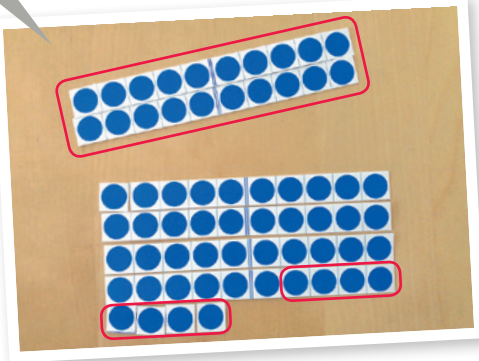
16

Material: Punktematerial

Lege die Aufgabe $64 - 28$ und erkläre, wie du sie rechnest!

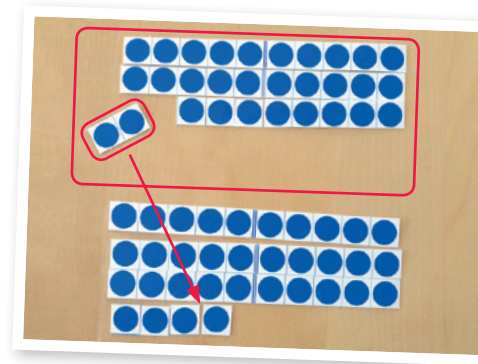
Teilschrittverfahren

Ich nehme zuerst von den 64 Punkten 2 Zehner weg. Übrig bleiben dann noch 4 Zehner und 4 Einer. Nun nehme ich zuerst die 4 Einer weg ($44 - 4 = 40$) und dann noch 4 Einer (denn $4 + 4 = 8$). Es bleiben 36 Punkte übrig: $40 - 4 = 36$.



Kraft der 10

Ich nehme zuerst von den 64 Punkten 30 weg: $64 - 30 = 34$. Damit habe ich aber 2 zu viel weggenommen. Diese Punkte muss ich nun wieder dazugeben. Ich rechne: $34 + 2 = 36$.



Verdoppeln zweistelliger Zahlen bis 100

17



Worum geht es?

Der Vorgang des Verdoppelns von Zahlen, die aus Zehnern und Einern bestehen, erfordert vom Kind eine hohe Konzentration, wenn er im Kopf ausgeführt wird. Das Legen mit Punktematerial, hier z.B. 46, hilft zunächst vorbereitend, die einzelnen Arbeitsschritte bewusst zu machen. Dabei erscheint zunächst das Verdoppeln des Zehners (hier 4 Zehner zu 8 Zehnern) als unproblematisch. Auf die anschließende Entstehung eines neuen Zehners durch die Verdoppelung der Einer sollte jedoch besonderes Augenmerk gelegt werden.



Worauf ist zu achten?

Das Verdoppeln wurde durch die Arbeitskarten **AK9** und **AK1** schon gut vorbereitet. An dieses Wissen wird mit **AK17** angeknüpft. Wenn das Verdoppeln des Einers nicht gelingt, wird zu den genannten Arbeitskarten zurückgegangen. Wichtig ist hier die sprachliche Begleitung der Handlung durch das Kind. Es wird an dieser Stelle besonders auf die Verwendung der richtigen Begriffe (Fachsprache) geachtet: „Das Doppelte“ stellt das Ergebnis der Tätigkeit des „Verdoppelns“ dar.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

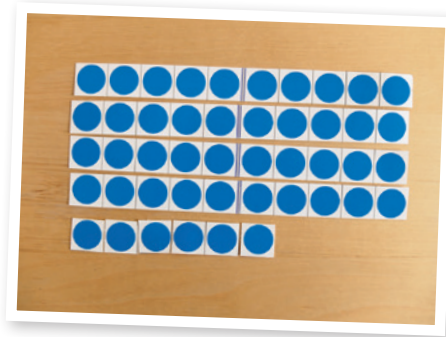
Wenn die Handlung mit Material vollständig ausgeführt wurde, liegen unter den 8 Zehnern 12 Einer ($6 + 6$). Der so entstandene neue Zehner (vgl. unten) wird in einen Zehnerstreifen eingetauscht. Nun wird deutlich, dass das Ergebnis aus 9 Zehnern und 2 Einern besteht. Wenn die Handlung nur noch in der Vorstellung ausgeführt wird – zunächst mit Sicht auf die zu verdoppelnde Menge (hier 46) – begleitet das Kind diesen Vorgang sprachlich. Das andere Kind legt das Material entsprechend. Im Nachhinein wird so der Vorgang des Verdoppelns – am ausgelegten Material – nachvollzogen und reflektiert.

Verdoppeln zweistelliger Zahlen bis 100

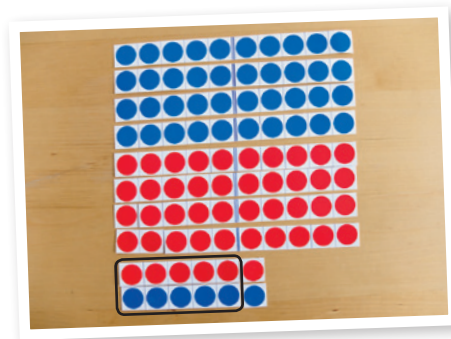
17

Material: Punktematerial

Verdoppelt 46 mit dem Punktematerial!



46: das sind 4 Zehner und 6 Einer!



Kind A: Ich verdopple als Erstes die Zehner: $4Z + 4Z = 8Z$, also 8 Zehner. Dann verdopple ich die Einer: $6E + 6E = 12E$, also 12 Einer. Ich erhalte so einen neuen Zehner. Jetzt kann ich die Aufgabe und das Ergebnis ablesen: $90 + 2 = 92$.

Kind B: Ich rechne einfach $80 + 12 = 92$!

Halbieren zweistelliger Zahlen bis 100

18



Worum geht es?

AK18 schließt an **AK12** und **AK13** an. In diesen Karten stand das Halbieren von Mengen bis 20 und das Halbieren von Zehnern im Fokus. Um 74 Punkte (7 Zehner und 4 Einer) zu halbieren, müssen die Kinder zunächst erkennen, dass die Menge 60 in zwei gleich große Zehnermengen (30) aufteilbar ist. Der übrige Zehner ist dann noch in 5E und 5E zu zerlegen, genau wie die 4 einzelnen Punkte in Teilmengen von 2E und 2E. Die Hälfte wird dann durch die Addition der Teilmengen errechnet: $30 + 5 + 2 = 37$.



Worauf ist zu achten?

Es ist wichtig, dass die Kinder die Begriffe „halbieren“ und „die Hälfte“ richtig verwenden. „Halbieren“ bezeichnet die Tätigkeit, während „die Hälfte“ auf das Ergebnis des Handlungsprozesses verweist. Es ist deshalb ausschlaggebend, dass die Lehrkraft selbst die Begriffe bewusst einsetzt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

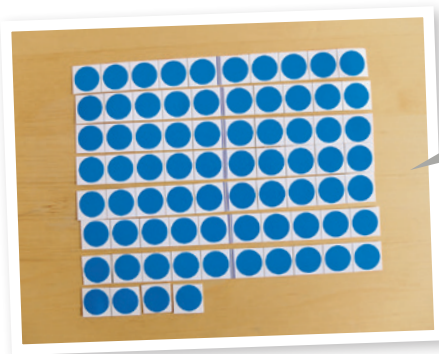
Wenn die Handlung mit Material ausgeführt wurde, ist es sinnvoll, im Nachhinein den Vorgang des Halbierens mit beiden Kindern noch einmal zu besprechen. „Erkläre noch einmal, was du überlegt hast!“ Wenn die Handlung danach im Kopf ausgeführt wird, sollte dieser Vorgang sprachlich begleitet bzw. begründet werden. Parallel dazu vollzieht das Partnerkind die Handlung, um so hinterher gemeinsam das Ergebnis kontrollieren zu können.

Halbieren zweistelliger Zahlen bis 100

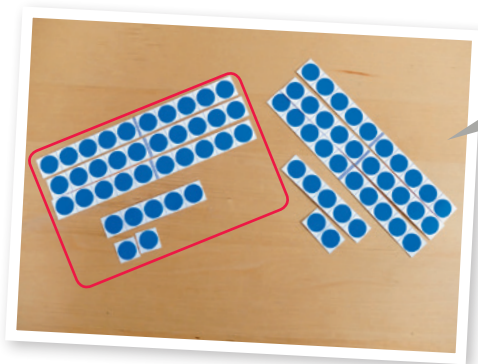
18

Material: Punktematerial

Halbiere 74 mit dem Punktematerial und erkläre deinen Lösungsweg!



74 sind 7 Zehner und 4 Einer.



Zuerst halbiere ich 6 Zehner: Das sind 3 Zehner. Ein Zehner muss dann noch halbiert werden, denn es waren ja insgesamt 7 Zehner. Ich zerlege also den übrigen Zehner in 5 und 5 und zerlege dann noch die 4 Einer in 2 und 2. Insgesamt rechne ich dann: $30 + 5 + 2 = 37$. 37 ist die Hälfte von 74.

Spiel: „Genau daneben“

19



Worum geht es?

Schwerpunkt dieses Spiels ist das geschickte Verbinden von Addition und Subtraktion bei 3 gewürfelten Zahlen. Ziel ist es, mit dem Würfelergebnis bestimmte Zahlen auf dem Spielfeld zu erreichen, die an eine gewählte Zielzahl angrenzen. Diese werden hier „Nachbarfelder“ genannt. Die Reihenfolge der Operationen ist dabei wählbar, sodass es meist mehrere rechnerische Möglichkeiten gibt: Würfelt ein Kind z.B. 10, 5, und 7, so gibt es für die Nachbarfelder der 16 zwei Möglichkeiten: $10 - 7 + 5 = 8$ oder $10 + 5 + 7 = 22$. Beides sind Nachbarfelder von 16.



Worauf ist zu achten?

Zunächst setzen die Kinder die Spielfigur auf ein beliebiges Feld (Zielzahl). Jedes Kind bekommt zu Beginn 4 Wendeplättchen (rot oder blau). Sie würfeln abwechselnd und berechnen die jeweilige Würfelsumme. Besteht keine Möglichkeit, auf ein Nachbarfeld zu kommen, ist das andere Kind mit Würfeln an der Reihe. Wer zuerst seine 4 Plättchen auf Nachbarfelder abgelegt hat, gewinnt.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Bei diesem Spiel ist das geschickte Kopfrechnen gefragt. Die einzige bildliche Stütze sind die Würfelbilder. Wichtig ist es, dass die Kinder ihre Lösungswege erklären, sodass sich u.U. ein Gespräch über geschickte Rechenwege ergibt.

Spiel: „Genau daneben“

19

Material: Zahlenfeld (siehe unten), 3 Würfel (1–10), pro Kind 4 Wendepättchen, 1 Spielfigur

Spielanleitung

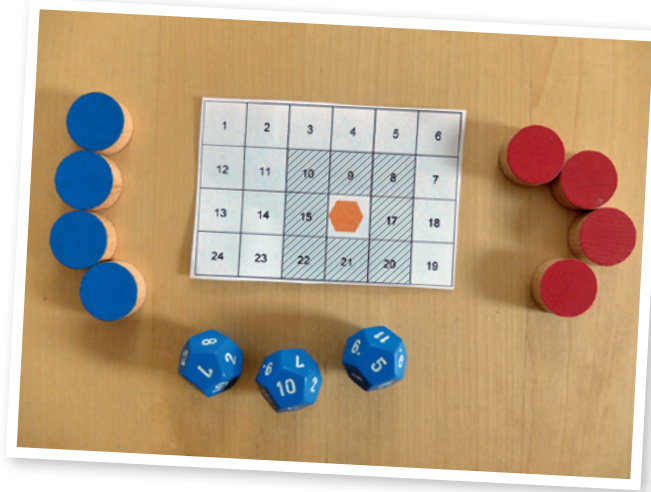
Setze die Spielfigur auf ein Feld, zum Beispiel 16.

Würfele mit den drei Würfeln.

- Bilde Aufgaben mit den drei Würfelzahlen:
Du kannst addieren und subtrahieren.
- Ist ein Ergebnis ein Nachbarfeld von 16?
Nenne deine Lösung und erkläre den Rechenweg.
- Lege ein Wendepättchen auf dieses Feld.
- Das andere Kind ist an der Reihe.
- Wer zuerst alle Wendepättchen abgelegt hat, gewinnt.

Du könntest aber auch rechnen:
 $10 + 5 - 7 = 8$. Das ist auch ein Nachbarfeld von 16.

Ich lege mein Plättchen
auf die 22. Ich habe
gerechnet: $10 + 7 + 5 = 22$.





Worum geht es?

Bei dieser Aufgabe geht es um das geschickte Rechnen. Um in einem gegebenen Zahlenfeld die Summe aller Zahlen geschickt zu berechnen, ist es hilfreich, Muster zu suchen und diese zu nutzen, um den Rechenaufwand bei der Addition aller Zahlen zu reduzieren. Die Summe aller Zahlen ergibt hier 125.



Worauf ist zu achten?

Zunächst ist es sinnvoll, das Zahlenfeld mit jedem/jeder (Schüler(in) zu besprechen („Was fällt dir auf?“): Das Einfärben der Entdeckungen stellt eine gute Grundlage für die anschließende Partnerarbeit dar. Das Besprechen der Entdeckungen führt anschließend zum Berechnen der Summe auf unterschiedlichen Wegen. Die Rechenwege werden anschließend notiert. Die Berechnung der Summe steht hier nicht im Mittelpunkt, sondern der geschickte Rechenweg.



Wie kommt die Handlung in den Kopf?

Diese Arbeitskarte setzt auf der Kopfrechenebene an. Allerdings ist der Rechenaufwand bei der Anwendung geschickter Wege gering: z.B. jeweils zwei Randzahlen in der Senkrechten addiert ergeben **10**:

$$1 + 9 = \mathbf{10}, 2 + 8 = \mathbf{10}, 3 + 7 \dots;$$

Die Addition aller Zahlen in der Diagonale ergibt „**immer 5 mehr**“:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \mathbf{15}, 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \mathbf{20}, 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = \mathbf{25} \dots$$

Geschicktes Rechnen am Zahlenfeld

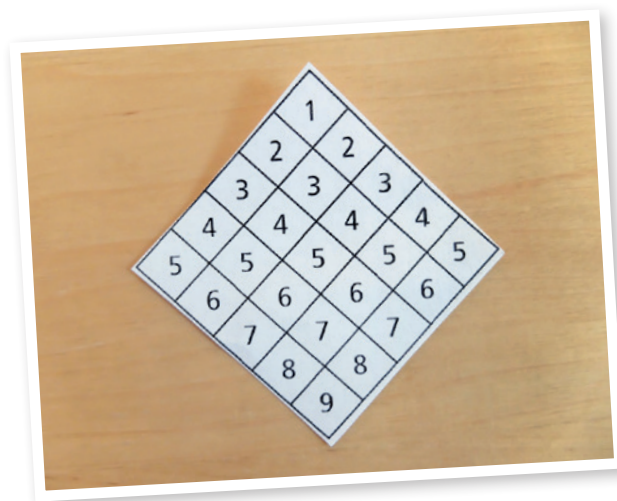
20

Material: Zahlenfeld (siehe unten)

Erkundet das Zahlenfeld.

In einer Zeile stehen immer dieselben Zahlen.

Findet schlaue Wege, um alle Zahlen zusammenzurechnen.



Die Zahlen am Rand sind immer in Einzelschritten angeordnet.

Wenn ich zwei Zahlen plus rechne, erhalte ich oft 10:
 $1 + 9 = 10$ oder $2 + 8 = 10$.

**Senatsverwaltung für Bildung,
Jugend und Familie**

Bernhard-Weiß-Str. 6

10178 Berlin

Tel +49 30 90227-5050

www.berlin.de/sen/bjf

briefkasten@senbjf.berlin.de